CORREZIONE
BENI CULTURALI
05.02.2018

ESERCIZIO 1

VALORI	FREQ. ASS
2	4
3	3
4	1
5	6
6	2

Mediana $= \dfrac{8^{\circ} \text{ valore} + 9^{\circ} \text{ valore}}{2} = \dfrac{4+5}{2} = 4.5$

Moda $= 5$ (frequenza massima)

Media campionaria $= \dfrac{2\cdot 4 + 3\cdot 3 + 4\cdot 1 + 5\cdot 6 + 6\cdot 2}{16} = \dfrac{63}{16} = 3.9375$

ESERCIZIO 2

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -x + 2y = 3x \end{cases}$$

ha soluzione $x = -1$, $y = -2$. (nell'esame andavano scritti i calcoli. Qui li ometto)

ESERCIZIO 3

$$\frac{-x^3+2x+1}{2x^2-5} = \frac{x^3\left(-1+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)}{x^2\left(2-\frac{5}{x^2}\right)} = \overset{-\infty}{x}\,\frac{\left(\overset{-1}{-1}+\overset{0}{\frac{2}{x^2}}+\overset{0}{\frac{1}{x^3}}\right)}{\underset{2}{2}-\underset{0}{\frac{5}{x^2}}}$$

Siccome $-\infty \cdot \dfrac{-1}{2} = +\infty$ abbiamo

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-x^3+2x+1}{2x^2-5} = +\infty$$

ESERCIZIO 4

$f(x) = xe^{-x}$ $\quad f'(x) = Dx\cdot e^{-x} + xD(e^{-x}) = e^{-x} + x(-e^{-x}) = e^{-x} - xe^{-x}$

$$f''(x) = D(e^{-x}) - \underbrace{D(xe^{-x})}_{f'(x)} = -e^{-x} - f'(x) = -e^{-x} - e^{-x} + xe^{-x}$$
$$= xe^{-x} - 2e^{-x}.$$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$ $\quad f'(1) = e^{-1} - 1\cdot e^{-1} = 0$

$f''(1) = 1\cdot e^{-1} - 2e^{-1} = -e^{-1} = -1/e.$

$$P_2(x) = f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 = \frac{1}{e} - \frac{1}{2e}(x-1)^2$$
$$= \frac{1}{e} - \frac{1}{2e}(x^2-2x+1) = \frac{1}{2e} - \frac{x^2}{2e} + \frac{x}{e}$$

ESERCIZIO 5

$f(x) = 1 + \operatorname{sen} x$.

Una primitiva di $f(x)$ è $F(x) = x - \cos x$.

Quindi $\int_1^{\pi/2} (1 + \operatorname{sen} x)\, dx = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0) = \frac{\pi}{2} - \cos\frac{\pi}{2} - 0 + \cos 0$

$= \frac{\pi}{2} - 0 - 0 + 1 = \frac{\pi}{2} + 1.$

ESERCIZIO 6

$\dot{y}(t) = (t-1)\, y(t)$

Sia $g(t) = t - 1$. Una primitiva di $g(t)$ è $G(t) = \frac{t^2}{2} - t$.

Quindi tutte e sole le soluzioni sono date da

$y(t) = c\, e^{\frac{t^2}{2} - t}$ al variare di $c \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO 7

$f(x) = 3x^2 + 3x - 6$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 81$ $\quad x_{1,2} = \frac{-3 \mp \sqrt{81}}{6} = \frac{-3 \mp 9}{6}$

Ho $x_{1,2} = \begin{cases} -\frac{12}{6} = -2 \\ \frac{6}{6} = 1. \end{cases}$

Asse di simmetria $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(-\frac{1}{2}\right) - 6 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - 6 = -\frac{3}{4} - 6 = -\frac{27}{4}$

$= -6.75.$