

17720_4
Word count: 0

$$\begin{cases} y'(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 3 \end{cases}$$

$$y'(t) = \frac{dy}{dt} = t^3 y(t) \quad \text{separa le variabili} \quad \frac{dy}{y(t)} = t^3 dt$$

integrando: $\ln(y(t)) + e = \frac{t^4}{4}$
 la condizione iniziale $\ln(3) + e = \frac{2^4}{4} = 2 \rightarrow y = 3$:

$$\ln(3) + e = \frac{(2)^4}{4} = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow e = 4$$

Sostituisco

$$\ln(y(t)) + 4 = \frac{t^4}{4} \quad \text{obteniamo ovviamente}$$

$$e^{\ln(y(t)) + 4} = e^{\frac{t^4}{4}} = e^{\ln(y(t))} \cdot e^4 = y(t) \cdot e^4$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{e^{\frac{t^4}{4}}}{e^4} = e^{\frac{t^4}{4} - 4}$$

5

17720_4
Word count: 0

les 4

trovare la soluzione del sistema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

consideriamo la generica equazione differenziale:

$$\dot{y}(t) = g(t)y(t) + h(t)$$

nel nostro caso vale che:

$$h(t) = 0 \text{ e } g(t) = t^3$$

~~comp~~ indichiamo con $G(t)$ ^{una} primitiva di $g(t)$
allora vale che: $G(t) = \frac{t^4}{4}$

quindi tutte le soluzioni dell'equazione differenziale sono:

$$y(t) = C e^{G(t)} = C e^{\frac{t^4}{4}} \text{ con } C \text{ costante reale.}$$

Applichiamo la seconda eq. del sistema iniziale per determinare C :

$$y(2) = C e^{\frac{2^4}{4}} = C e^{\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2}} = C e^4 = 1$$

$$\Downarrow C = \frac{1}{e^4}$$

la soluzione del problema di Cauchy è quindi:

$$y(t) = \frac{e^{\frac{t^4}{4}}}{e^4} = e^{\frac{t^4}{4} - 4} = e^{\frac{t^4 - 16}{4}}$$

5

17720_4
Word count: 0

TROVARE LA SOLUZIONE DEL SISTEMA DI CAUCHY

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

CERCO UNA PRIMITIVA DI $g(t) = t^3$

$$G(t) = \int g(t) dt = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4}$$

LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE DIFFERENZIALE $\dot{y}(t) = t^3 y(t)$ SONO TUTTE E SOLE LE FUNZIONI:

$$y(t) = C e^{\frac{t^4}{4}} \text{ CON } C \text{ COSTANTE } \in \mathbb{R}$$

$$y(2) = C e^{\frac{2^4}{4}} = 1 \Rightarrow C e^{\frac{16^4}{41}} = 1 \Rightarrow C e^4 = 1$$

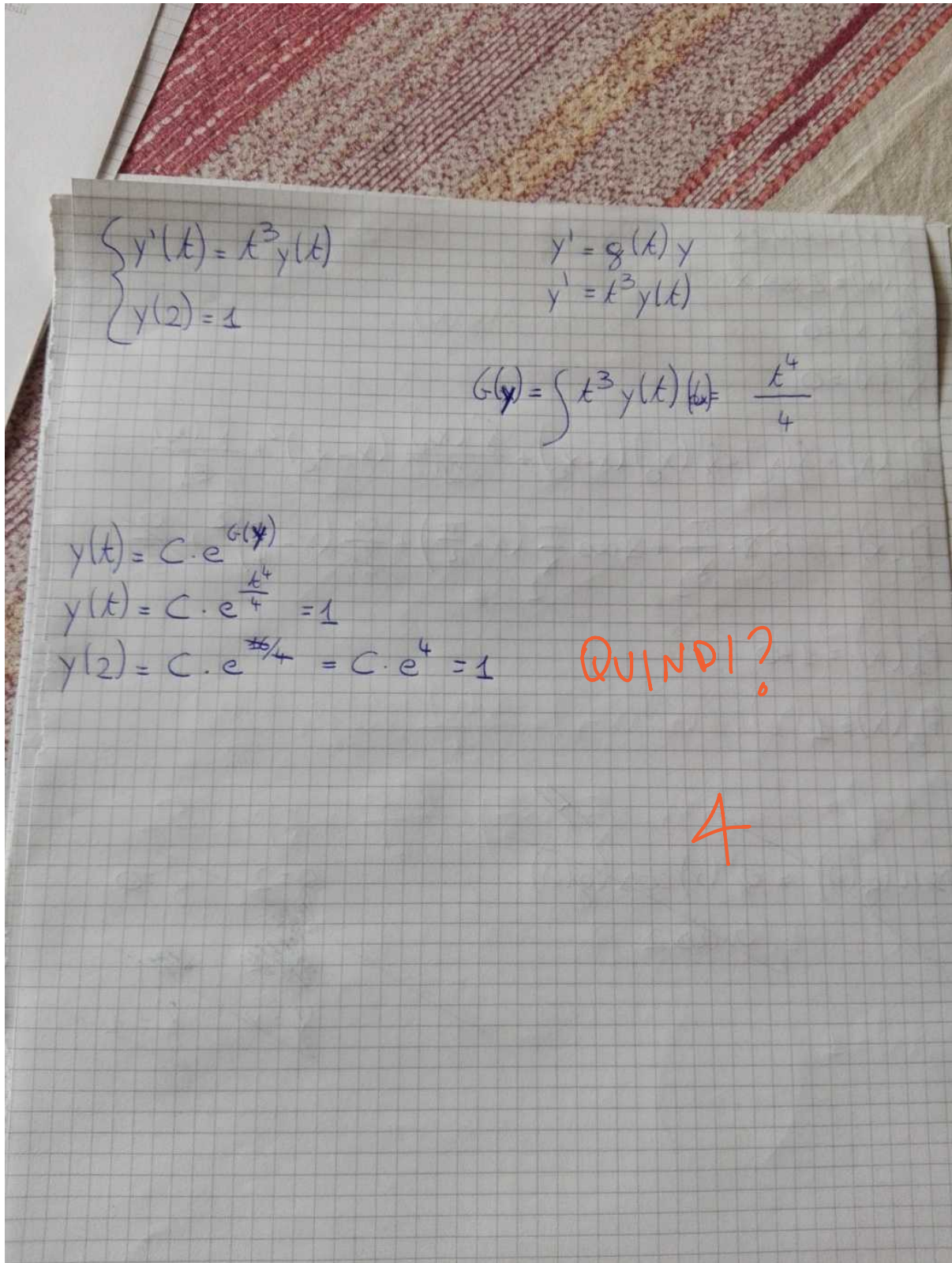
$$\Rightarrow C = \frac{1}{e^4} = e^{-4}$$

LA SOLUZIONE DEL SISTEMA È

$$y(t) = e^{-4} \cdot e^{\frac{t^4}{4}}$$

5

17720_4
Word count: 0



17720_4
Word count: 0

$$\begin{cases} y'(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y(t) = c \cdot e^{\int x^m dx} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'(t) = c \cdot e^{\frac{t^{3+1}}{3+1}} \\ y(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y(t) = c \cdot e^{\frac{t^4}{4}} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = c \cdot e^{\frac{2^4}{4}} \\ y(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = c \cdot e^{\frac{16}{4}} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = c \cdot e^4 \\ y(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{e^4} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{1}{e^4} \cdot e^{\frac{t^4}{4}} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

17720_4
Word count: 0

④ SISTEMA DI CAUCHY

$$\begin{cases} y' = -t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases}$$



17720_4
Word count: 0

$$\begin{cases} y'(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$A(t) = \int_2^t t^3(s) ds \Rightarrow \frac{s^4}{4} \Big|_2^t =$$

$$\frac{t^4}{4} + \frac{16}{4}$$

$$y(t) = 1 \cdot e^{\left(\frac{t^4}{4} + \frac{16}{4}\right)}$$

1



2020-07-21

17720_4
Word count: 0

4) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = x^3 y(x), \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$g = x^3 \quad G = \frac{x^4}{4}$$

$$y(x) = C e^{\frac{x^4}{4}}$$

~~...~~

~~...~~

$$y(2) = C e^{\frac{2^4}{4}} = 1$$

$$C = \frac{1}{e^4}$$

$$y(x) = e^{\frac{x^4}{4}} \cdot \frac{1}{e^4}$$

con C costante reale

5



17720_4
Word count: 0

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

$$y(t) = 4t^3 + C$$

$$C = 4t^3 + 1$$

$$C = 5t^3$$

NO



17720_4
Word count: 0

esercizio 4

Travare la soluzione del sistema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$y'(t) = t^3 y(t) \rightarrow y' = t^3 y \rightarrow \frac{dy}{dt} = t^3 y \rightarrow \frac{dy}{y} = t^3 dt \rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int t^3 dt \rightarrow$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int t^3 dt \rightarrow \ln y = \frac{t^4}{4} \rightarrow y = e^{\frac{1}{4}t^4}$$

$$\rightarrow y(t) = c e^{\frac{1}{4}t^4} \rightarrow y = c e^{\frac{1}{4}t^4}$$

$$y(2) = 1 \rightarrow c e^{\frac{1}{4} \cdot 2^4} = 1 \rightarrow c e^{\frac{1}{4} \cdot 16} = 1 \rightarrow$$

$$c e^4 = 1 \rightarrow c = \frac{1}{e^4} = e^{-4}$$

$$\rightarrow \cancel{y(t) = c e^{\frac{1}{4}t^4}} \quad y(t) = e^{\frac{1}{4}t^4} \cdot e^{-4} = e^{\frac{1}{4}t^4 - 4}$$

5

17720_4
Word count: 0

4)

$$\begin{cases} y'(t) = t^3 y(t) \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

~~$y'(t) = t^3 y(t)$~~

$$\int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C$$

$y(t) = C \cdot e^{G(t)}$ ohi e G(t)?

~~$y(t) = C \cdot e^{\frac{t^4}{4}}$~~

~~$C = 1 - \frac{t^4}{4}$~~

$\frac{t^4}{4} + C = 1$

$C = 1 - \frac{t^4}{4}$

↑

17720_4
Word count: 0

