

Calcolo delle Probabilità. Esame scritto (10/12/08)

Tempo a disposizione: 1 ora e 45 min.

FORMULARIO

Se X è v.a. binomiale di parametri n, p , allora $E(X) = np$, $Var(X) = np(1-p)$.

Se X è v.a. geometrica di parametro p , allora $E(X) = 1/p$, $Var(X) = (1-p)/p^2$.

Se X è v.a. di Poisson con parametro λ , allora $E(X) = \lambda$, $Var(X) = \lambda$.

Se X è v.a. ipergeometrica di parametri n, N, m (tipo: estraggo senza rimpiazzo n palline da un'urna con m palline bianche e $N-m$ palline nere e X è il numero di palline bianche estratte) allora $E(X) = nm/N$ e $Var(X) = \frac{N-n}{N-1}np(1-p)$ dove $p = m/N$.

ESERCIZIO 1. Nota: svolgere i calcoli dando i risultati come numeri frazionari

Una fabbrica produce penne per scrivere e le vende in astucci contenenti ciascuno 3 penne nere e 3 penne rosse. Si assuma che una penna nera sia difettosa con probabilità $1/2$ e che una penna rossa sia difettosa con probabilità $1/3$, inoltre si assuma che la bontà di una penna non sia correlata con lo stato delle altre penne.

- 1) calcolare il valore atteso e la varianza del numero di penne difettose in un astuccio,
- 2) la probabilità che un astuccio contenga almeno una penna difettosa,
- 3) assumendo di comprare 100 astucci, calcolare il valore atteso del numero di astucci contenenti almeno una penna difettosa
- 4) assumendo di acquistare un astuccio dopo l'altro fino a quando si acquista un astuccio contenente almeno una penna difettosa, calcolare il valore medio del numero di astucci acquistati.

ESERCIZIO 2. E' sufficiente dare risultati sotto forma di espressioni algebriche senza svolgere i calcoli

Da un mazzo di 40 carte si estraggono 5 carte. Determinare la probabilità dei seguenti eventi:

- 1) si estraggono 2 assi, 2 re e il 7 di bastoni,
- 2) si estraggono esattamente 2 re oppure esattamente 3 assi.
- 3) Chiamato X il numero di carte di bastoni estratte e Y il numero di assi estratti, dire se X e Y sono indipendenti e motivarne la risposta.

ESERCIZIO 3. Nota: svolgere i calcoli dando i risultati come numeri frazionari

Considerare variabili aleatorie X e Y , con X a valori in $\{-1, 0, 2\}$ e Y a valori in $\{-1, 1\}$, la cui densità congiunta è rappresentata dalle entrate della seguente tabella:

$X \setminus Y$	-1	1
-1	1/8	2/8
0	0	1/8
2	2/8	2/8

(cioè $p_{(X,Y)}(-1, -1) = 1/8$, $p_{(X,Y)}(-1, 1) = 2/8, \dots$).

Determinare la densità discreta di X , la densità discreta di Y , la funzione di distribuzione di X . Calcolare $E(XY)$, $E(3X - Y)$, $Var(2X - Y)$. Inoltre dire se X e Y sono indipendenti e giustificare la risposta.