ESERCIZIO 4

Dobbiamo risolvere $\begin{cases} \dot{y}(t) = t^3 y(t) \\ y(2) = 1 \end{cases}$

$D\left(\frac{t^4}{4}\right) = t^3$, quindi tutte le soluzioni di $\dot{y}(t) = t^3 y(t)$ sono date da $y(t) = C e^{t^4/4}$ al variare di $C \in \mathbb{R}$.

Voglio che $y(2) = 1$. Quindi

$$1 = y(2) = C e^{\frac{2^4}{4}} = C e^{\frac{16}{4}} = C e^{4}.$$ Quindi $C = e^{-4}$.

Concludo che la soluzione del problema di Cauchy è $y(t) = e^{-4} e^{\frac{t^4}{4}}$

ESERCIZIO 5

Il campione è dato da $-1, -3, 4, 1, 1, 0, -2$.

Ordinato diventa $-3, -2, -1, 0, 1, 1, 4$

a) Moda $= 1$

b) Mediana $= 0$

c) Media campionaria $= \frac{-3-2-1+0+1+1+4}{7} = 0$

d) Varianza campionaria

$$= \frac{1}{6}\left[(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 4^2\right] = \frac{1}{6}\left[9+4+1+0+1+1+16\right]$$

$$= \frac{32}{6} = \frac{16}{3} = 5{,}333\ldots$$

e) $7 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3.5}{2} = 1.75$ $\Rightarrow$ il primo quartile è il secondo termine della lista ordinata quindi è -2

ESERCIZIO 6 PER S.A.

a) $X \sim Unif[3,7]$ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x \in [3,7] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

$$\mathbb{E}[X] = \int x f(x)\, dx = \int_3^7 \frac{x}{4}\, dx = \frac{1}{4}\int_3^7 x\, dx = \frac{1}{4}\left[\frac{x^2}{2}\right]_3^7$$

$$= \frac{1}{4}\,\frac{49-9}{2} = \frac{1}{4}\,\frac{40}{2} = 5$$

b) $$P(X>5) = \int_5^7 f(x)\, dx = \int_5^7 \frac{1}{4}\, x = \frac{1}{4}(7-5) = \frac{1}{2}$$

ESERCIZIO 6 PER BC

a) $v = (1,2)$ $w = (-3,2)$ $v \cdot w = 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 = -3+4 = 1$

$v \cdot w \neq 0 \Rightarrow v$ e w non sono ortogonali

b) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 4x = 2y - 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3x - 6 \\ 4x = 2y - 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3x - 6 \\ 4x = 2(3x-6) - 5 \end{cases}$

$4x = 6x - 12 - 5 \Leftrightarrow 4x = 6x - 17$

$\Leftrightarrow 2x = 17 \Leftrightarrow x = \frac{17}{2}$

Siccome $y = 3x - 6$, ho $y = 3 \cdot \frac{17}{2} - 6 = \frac{51}{2} - 6 = \frac{51-12}{2} = \frac{39}{2}$

Soluzione: $x = \frac{17}{2}$, $y = \frac{39}{2}$