
DATI DELLO STUDENTE:

- Nome e Cognome:
- Numero di Matricola:

Calcolo delle Probabilità , Anno Accademico 2016-2017 , 7 Luglio 2017

- L'uso di testi, appunti, formulari e gadget elettronici non è autorizzato.
- Motivare chiaramente i procedimenti e i risultati proposti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**
- **Solo nei punti con scritto “calcolare esplicitamente” i calcoli vanno svolti e la soluzione deve essere data come numero frazionario a/b . Per gli altri punti non è richiesto lo svolgimento dei calcoli**

FORMULARIO

Se X è v.a. binomiale di parametri n, p , allora $E(X) = np$, $Var(X) = np(1 - p)$.

Se X è v.a. geometrica di parametro p , allora $E(X) = 1/p$, $Var(X) = (1 - p)/p^2$.

Se X è v.a. di Poisson con parametro λ , allora $E(X) = \lambda$, $Var(X) = \lambda$.

Se X è v.a. ipergeometrica di parametri n, N, m (tipo: estraggo senza rimpiazzo n palline da un'urna con m palline bianche e $N - m$ palline nere e X è il numero di palline bianche estratte) allora $E(X) = nm/N$ e $Var(X) = \frac{N-n}{N-1}np(1 - p)$ dove $p = m/N$.

Se X è v.a. binomiale negativa di parametri r, p , allora $E(X) = r/p$ e $Var(X) = r(1 - p)/(p^2)$

ESERCIZIO 1. Si estraggono 4 carte da un mazzo di 40.

- Determinare la probabilità che tra le carte estratte vi sia esattamente un asso ed esattamente un fante.
- Determinare la probabilità che tra le carte estratte vi sia almeno un asso ed almeno un fante.
- Calcolare esplicitamente valor medio e varianza del numero di assi presenti nelle carte estratte.
- Determinare la probabilità che tra le carte estratte vi sia l'asso di bastoni sapendo che sono state estratti esattamente 2 assi.

ESERCIZIO 2. Marco e Paolo partecipano ad un quiz televisivo dove per ogni domanda il conduttore propone due risposte (una giusta e una sbagliata) e il concorrente deve dire quale delle due risposte è quella giusta.

Marco ha studiato molto e di solito risponde a ciascuna domanda correttamente con probabilità del 90%, indipendentemente dalle altre domande. Paolo invece è ignorantissimo e la sua strategia è, per ogni domanda, di scegliere a caso una delle due risposte proposte dal conduttore (questo indipendentemente dalle altre domande).

Il conduttore sceglie a caso il concorrente tra Marco e Paolo e svolge il quiz con 5 domande.

- (a) Sapendo che il concorrente scelto ha risposto correttamente a 4 domande, determinare la probabilità che il concorrente scelto sia Marco.

ESERCIZIO 3. Consideriamo un ettagono (poligono con 7 lati e 7 vertici). Ogni vertice viene colorato a caso (cioè con uguale probabilità) di rosso o di giallo o di verde, questo indipendentemente dalla colorazione degli altri vertici.

- (a) Calcolare esplicitamente il valor medio del numero di vertici fortunati, dove un vertice si considera fortunato se ha lo stesso colore dei due vertici ad esso adiacenti nel poligono.

Chiamiamo X_R il numero di vertici colorati di rosso e X_G il numero di vertici colorati di giallo.

- (b) Dire se X_R e X_G sono indipendenti, motivando la risposta.
- (c) Determinare la densità discreta congiunta di X_R e X_G .