Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di CALCOLO DELLE PROBABILITÀ.
Esame del 12.07.2012 (Canale Prof. L. Bertini)

Nome.....

Cognome.....

Barrare se si desidera la pubblicazione del voto con il solo numero di matricola (in tal caso indicare il numero di matricola: .....).

Rispondere alle seguenti 5 domande a scelta multipla. Una risposta corretta è valutata 2, una sbagliata -1 ed una non risposta 0. Se il totale non raggiunge 6/10 il compito è giudicato insufficiente indipendentemente dallo svolgimento degli esercizi successivi (che in questo caso non vengono corretti).

I. Sia X una variabile aleatoria gaussiana standard (media zero, varianza 1). Allora:

- $2X + 1$ ha varianza 4
  - $2X + 1$ non è una variabile aleatoria gaussiana
  - $2X + 1$ ha varianza 2
  - $2X + 1$ ha media 2
  - Nessuna delle risposte precedenti è corretta
-

II. Un'urna contiene 5 palline rosse e 5 palline nere. Si estraggono a caso 3 palline senza rimpiazzo. La probabilità che siano dello stesso colore è:

- $1/4$
  - $\frac{2 \cdot 5^3}{10^3}$
  - $\frac{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{10 \cdot 9 \cdot 8}$
  - $\frac{\binom{5}{3}}{\binom{10}{3}}$
  - Nessuna delle risposte precedenti è corretta
-

III. Si lancia un dado equo due volte. Condizionato al fatto che la somma delle due facce uscite dia 6, la probabilità che la faccia uscita del primo dado abbia un valore strettamente minore di quello della faccia uscita del secondo dado è:

- $3/6$
- $2/5$
- $3/5$
- $1/2$
- Nessuna delle risposte precedenti è corretta

IV. Siano A, B eventi di probabilità positiva. Allora:

- $P(A|B) = P(B|A)P(A)/P(B)$
  - $P(A|B) = P(A)/P(B)$
  - $P(A|B) = 1 - P(A) - P(B)$
  - $P(A|B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  - Nessuna delle risposte precedenti è corretta
-

V. Sia X una variabile aleatoria esponenziale di media $1/2$. Allora:

- $P(1 \leq X \leq 2) = e^{-2}$
- $P(1 \leq X \leq 2) = e^{-2} - e^{-4}$
- $P(1 \leq X \leq 2) = e^{-4} - e^{-2}$
- $P(1 \leq X \leq 2) = e^{-4}$
- Nessuna delle risposte precedenti è corretta

N.B. Lo studente ha a disposizione 3 fogli protocollo: 1 per la bella copia e 2 per la brutta. I seguenti due esercizi devono essere discussi nel foglio di bella, che deve riportare la scritta "BELLA", in modo da essere riconoscibile.

Esercizio 1. Una casa ha 4 pareti ed ognuna di esse viene colorata indipendentemente dalle altre con uno tra i 4 colori verde, giallo, blu e rosso. Per ogni parete il colore viene scelto con uguale probabilità tra i 4 colori a disposizione.

- i) Calcolare la probabilità che tutte le pareti della casa abbiano lo stesso colore.
- ii) Calcolare la probabilità che le pareti opposte abbiano lo stesso colore.
- iii) Calcolare la probabilità che non vi siano pareti contigue aventi lo stesso colore.
- iv) Sapendo che sono stati usati non più di due colori calcolare la probabilità che tutte le pareti abbiano lo stesso colore.
- v) Calcolare la densità discreta della variabile aleatoria X definita come il numero di pareti rosse.
- vi) Calcolare la densità discreta della variabile aleatoria Y definita come il numero di colori usati.

Esercizio 2. Due città A e B sono collegate da tre strade: S_1, S_2 e S_3 . Il tempo di percorrenza di S_i è una variabile aleatoria uniforme distribuita su $[5, 5 + 2i]$ per $i = 1, 2, 3$ (unità di misura è il minuto) e i tre tempi di percorrenza sono indipendenti tra di loro. Partendo da A si sceglie con probabilità uniforme una delle tre strade e la si percorre per raggiungere B.

- i) Determinare la probabilità di impiegare almeno 8 minuti per raggiungere B.
- ii) Sapendo che si raggiunge B in almeno 8 minuti, determinare la probabilità di aver scelto la strada S_2 .
- iii) Chiamato T il tempo di percorrenza, determinare la densità della variabile aleatoria T .
- iv) Calcolare il valore atteso di T (dare la soluzione come numero frazionario a/b con a, b interi esplicitamente calcolati).
- v) Calcolare la probabilità che per tutte e tre le strade il relativo tempo di percorrenza sia almeno 6.