
DATI DELLO STUDENTE:

- Nome e Cognome:
- Numero di Matricola:

Calcolo delle Probabilità , Anno Accademico 2016-2017 , 29 Settembre 2017

- L'uso di testi, appunti, formulari e gadget elettronici non è autorizzato.
- Motivare chiaramente i procedimenti e i risultati proposti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**
- **Solo nei punti con scritto “calcolare esplicitamente” i calcoli vanno svolti e la soluzione deve essere data come numero frazionario a/b . Per gli altri punti non è richiesto lo svolgimento dei calcoli**

FORMULARIO

Se X è v.a. binomiale di parametri n, p , allora $E(X) = np$, $Var(X) = np(1 - p)$.

Se X è v.a. geometrica di parametro p , allora $E(X) = 1/p$, $Var(X) = (1 - p)/p^2$.

Se X è v.a. di Poisson con parametro λ , allora $E(X) = \lambda$, $Var(X) = \lambda$.

Se X è v.a. ipergeometrica di parametri n, N, m (tipo: estraggo senza rimpiazzo n palline da un'urna con m palline bianche e $N - m$ palline nere e X è il numero di palline bianche estratte) allora $E(X) = nm/N$ e $Var(X) = \frac{N-n}{N-1}np(1 - p)$ dove $p = m/N$.

Se X è v.a. binomiale negativa di parametri r, p , allora $E(X) = r/p$ e $Var(X) = r(1 - p)/(p^2)$

ESERCIZIO 1. Vi è una bomba, già innescata. La bomba ha 5 fili, etichettati con le lettere A,B,C,D,E. Per disinnescare la bomba bisogna tagliare i fili con un ordine ben preciso: prima il filo C, poi il filo B, poi il filo A, poi il filo D ed infine il filo E. Tale ordine non è noto agli artificieri che mandano un robot a tagliare un filo per volta, scegliendo a caso l'ordine delle lettere. Nel momento in cui si taglia un filo sbagliato la bomba esplose (es. se prima il robot taglia il filo C allora la bomba non esplose, ma se come secondo filo taglia il filo A in quel momento la bomba esplose).

- Calcolare esplicitamente la probabilità che il robot disinneschi la bomba.
- Sapendo che la bomba è esplosa, calcolare esplicitamente la probabilità che questo sia avvenuto mentre il robot tagliava il terzo filo

ESERCIZIO 2. Un gioco consiste nel lanciare due dadi. Se escono 2 numeri distinti allora si perde e si paga 1 euro, se escono due numeri uguali allora si vince e si ricevono 4 euro.

Marco, che soffre di dipendenza da gioco d'azzardo, decide di ripetere il gioco fino a quando non ha accumulato 3 vincite (alla terza vincita smette).

- (a) Calcolare esplicitamente il valor medio e la varianza del numero di volte in cui Marco gioca.
- (b) Calcolare esplicitamente il valore atteso della vincita algebrica di Marco. (Nota: la vincita algebrica ha segno positivo se Marco intasca i soldi, e ha segno negativo quando Marco sborsa i soldi).

ESERCIZIO 3. In un sacchetto vi sono 12 caramelle: 6 alla frutta, 3 alla menta e 3 alla liquirizia. Marco, Paolo ed Elisa prendono a caso ciascuno 4 caramelle. Chiamiamo X =numero di caramelle alla frutta prese da Marco, Y =numero di caramelle alla frutta prese da Paolo e Z =numero di caramelle alla frutta prese da Elisa.

- (a) Scrivere la densità discreta congiunta di X, Y, Z
- (b) Calcolare esplicitamente $Var(X)$, $Var(X + Y)$ e $Cov(4X, Y)$

ESERCIZIO 4. In un sacchetto vi sono 12 caramelle: 6 alla frutta, 3 alla menta e 3 alla liquirizia. Il sacchetto è di Marco che vuole prendere 2 caramelle ed offrire le restanti a Paolo ed Elisa. Marco è incerto sulle caramelle che vuole tenersi e decide di lanciare una moneta: se esce testa si tiene 2 caramelle alla frutta, se esce croce si tiene 2 caramelle alla menta. Poi offrirà il pacchetto a Paolo ed Elisa che prenderanno ciascuno 5 caramelle a caso.

- (a) Determinare la probabilità che Elisa prenda 3 caramelle alla frutta e 2 caramelle alla menta.
- (b) Sapendo che Elisa ha preso 3 caramelle alla frutta e 2 caramelle alla menta, determinare la probabilità che Marco abbia scelto 2 caramelle alla frutta.