Esonero di Calcolo delle Probabilità del 27/04/12

Nota: fare i calcoli, tutte le risposte devono essere sotto forma di frazioni a/b

ESERCIZIO 1. Nel gioco del domino le tessere (di solito nere) sono divise in due riquadri, su ciascuno dei quali viene riportato, quale punteggio, un certo numero di pallini bianchi (da 0 a 7). Le tessere sono tante quante le coppie non ordinate di punteggi. Due tessere si attaccano se hanno almeno uno dei due punteggi in comune.

- (a) Quante sono le tessere?
- (b) Supponendo di aver già estratto una tessera in cui sui due riquadri è riportato lo stesso punteggio, con che probabilità la tessera successiva si potrà attaccare alla precedente?
- (c) Supponendo di aver già estratto una tessera in cui sui due riquadri sono riportati punteggi diversi, con che probabilità la tessera successiva si potrà attaccare alla precedente?
- (d) Estraendo due tessere con quale probabilità si potranno attaccare?

ESERCIZIO 2 Consideriamo due monete truccate. La prima moneta dà testa con probabilità $1/3$ mentre la seconda dà testa con probabilità $2/3$. Si seleziona a caso una delle due monete e si lancia, la stessa moneta, due volte.

- (a) Sapendo che al primo lancio si è ottenuto testa calcolare la probabilità che si stia lanciando la prima moneta.
- (b) Sapendo che anche il secondo lancio dà testa calcolare la probabilità che si stia lanciando la prima moneta.
- (c) Qual è la probabilità che nei due lanci si ottengano due facce differenti?
- (d) Sapendo che nei due lanci sono state ottenute due facce differenti calcolate la probabilità che si stia lanciando la prima moneta.

Svolgere o l'esercizio 3A o l'esercizio 3B (uno e uno solo dei due altrimenti il docente scarterà una delle due soluzioni a caso)

ESERCIZIO 3A Consideriamo tre urne: l'urna A contiene 3 palline rosse, 2 palline bianche e 1 pallina nera, l'urna B contiene 4 palline rosse, 4 palline bianche e 1 pallina nera, l'urna C contiene 1 pallina rossa, 1 pallina bianca e 1 pallina nera. Estraiamo una pallina da ogni urna.

- (a) Chiamato E l'evento che le palline estratte dalle urne A e B siano dello stesso colore e F l'evento che le palline estratte dalle urne B e C siano dello stesso colore, dire se E e F sono indipendenti giustificando la risposta.

Considerare la v.a. X data dal numero totale di palline bianche estratte dall'urna A e dall'urna B.

- (b) Determinare densità discreta, valore medio e varianza di X .

Supponiamo ora di avere infinite urne, numerate con i numeri interi positivi. L'urna k -esima contiene una pallina bianca e k palline nere. Si estrae una pallina da ogni urna.

- (c) Dato un intero positivo n provare che la probabilità di estrarre solo palline nere dalle urne con numero k tale che $k \geq n$ è zero. Dedurre dal precedente risultato che la probabilità di estrarre un numero finito di palline bianche è zero.

ESERCIZIO 3B In una stanza d'ufficio ci sono 4 impiegati. In un giorno fissato la probabilità che un dato impiegato sia assente è dell'1%, indipendentemente da tutti gli altri impiegati, e dalle sue assenze precedenti.

- (a) Considerando una settimana di 5 giorni lavorativi, determinare la densità discreta del numero delle giornate lavorate in una settimana.
- (b) Determinare la legge del numero dei giorni della settimana in cui sono tutti presenti.
- (c) Nella stanza accanto ci sono altri 4 impiegati. In un giorno fissato la probabilità che un dato impiegato sia assente è dell'2%, indipendentemente da tutti gli altri impiegati, dalle sue assenze precedenti, e da quello che succede nell'altra stanza. Calcolare il valore atteso del numero di assenze totali fatte in una settimana lavorativa dagli impiegati delle due stanze.

Cognome e
nome.....Matricola.....

FOGLIO RISPOSTE

Es. 1

a)

b)

c)

d)

Es. 2

a)

b)

c)

d)

Es. 3(A) 3(B) Barrare l'esercizio scelto

a)

b)

c)