Secondo esonero di Probabilità I. 06/06/2012

**Non è consentito l'uso di calcolatrici né di materiale didattico.
Tutte le soluzioni devono essere in forma di frazione a/b con a, b
esplicitamente calcolati, ad eccezione dell'esercizio 1a.**

FORMULARIO

Se X è v.a. binomiale di parametri n, p , allora $E(X) = np$, $Var(X) = np(1 - p)$.

Se X è v.a. geometrica di parametro p , allora $E(X) = 1/p$, $Var(X) = (1 - p)/p^2$.

Se X è v.a. di Poisson con parametro λ , allora $E(X) = \lambda$, $Var(X) = \lambda$.

Se X è v.a. ipergeometrica di parametri n, N, m (tipo: estraggo senza rimpiazzo n palline da un'urna con m palline bianche e $N - m$ palline nere e X è il numero di palline bianche estratte) allora $E(X) = nm/N$ e $Var(X) = \frac{N-n}{N-1}np(1 - p)$ dove $p = m/N$.

ESERCIZIO 1. Si estraggono 4 carte da un mazzo di 40 carte senza rimpiazzo. Denotare con X, Y, Z il numero di assi estratti, il numero di fanti estratti e il numero di cavalli estratti.

a) Determinare la densità congiunta di X, Y, Z (**nota:** non è necessario svolgere i calcoli).

Si supponga di vincere 10 euro per ogni asso estratto, 5 euro per ogni fante estratto e di perdere 8 euro per ogni cavallo estratto.

b) Determinare il valore atteso della vincita.

Si supponga di ripetere il gioco (ogni volta ripartendo con un mazzo da 40 carte) fino a quando non escono 4 cavalli. Si chiami W il numero di volte in cui il gioco viene ripetuto.

c) Determinare $E(W)$.

ESERCIZIO 2. Nella città di Orvieto vi sono tre ristoranti: "Umbria", "Nonna Pina" e "Da Luca". Dalle indagini statistiche effettuate risulta che ciascuna comitiva di turisti sceglie il ristorante dove pranzare (l'intera comitiva pranza nello stesso ristorante) indipendentemente dalle altre comitive e sceglie "Umbria" con probabilità 0,5, "Nonna Pina" con probabilità 0,3 e "Da Luca" con probabilità 0,2.

Ieri si sono recate ad Orvieto 7 comitive di turisti: 3 erano comitive di 20 persone ciascuna, 3 di 25 persone e 1 di 30 persone.

a) Calcolare media e varianza del numero di turisti che pranzano nel ristorante "Umbria".

b) Determinare la probabilità che tutti i turisti siano andati a mangiare nel ristorante "Umbria".

c) Chiamati X, Y, Z il numero dei turisti che pranzano nel ristorante "Umbria", "Nonna Pina" e "Da Luca", rispettivamente. Dire se X, Y, Z sono indipendenti motivandone la risposta.

ESERCIZIO 3. La lepre e la tartaruga si sfidano in una gara di corsa. La velocità di corsa della lepre è di 30 cm al secondo mentre la velocità di corsa della tartaruga

è di 1 cm al secondo. La lepre canzonando la tartaruga dice che sarà sempre lei (la lepre) a vincere anche se la tartaruga parte con vantaggio. Si decide quindi che la lepre deve percorrere un tracciato rettilineo di 3 metri, mentre il punto di partenza della tartaruga viene scelto con distribuzione uniforme lungo tale tracciato (il traguardo è lo stesso per entrambe).

- a) Calcolare la probabilità che vinca la tartaruga.
- b) Determinare il valore atteso del tempo impiegato dalla tartaruga per arrivare al traguardo.