

FORMULARIO

$$\begin{array}{cccccc}
 \sin 0 = 0 & \sin \frac{\pi}{2} = 1 & \sin \pi = 0 & \sin \frac{3}{2}\pi = -1 & \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \\
 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} & \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} & & & \\
 \cos 0 = 1 & \cos \frac{\pi}{2} = 0 & \cos \pi = -1 & \cos \frac{3}{2}\pi = 0 & \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} & & &
 \end{array}$$

$f(x)$	$f'(x)$
costanti	0
x^a	ax^{a-1}
$\log x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
a^x	$\log a \cdot a^x$
$e^{g(x)}$	$g'(x)e^{g(x)}$
$\log(g(x))$	$\frac{g'(x)}{g(x)}$

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$\sin(g(x))$	$g'(x) \cos(g(x))$

sercizi.

$\int c dx = cx, \quad c \text{ costante}$	$\int x dx = \frac{x^2}{2}$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad n \neq -1$	$\int \frac{1}{x} dx = \begin{cases} \log x & \text{per } x > 0 \\ \log(-x) & \text{per } x < 0 \end{cases}$
$\int e^x dx = e^x$	$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a}, \quad \text{per } a \neq 0$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a}, \quad a > 0, a \neq 1.$	$\int \log x dx = x(\log x - 1)$
$\int \sin x dx = -\cos x$	$\int \cos x dx = \sin x$
$\int \sin(ax) dx = -\frac{\cos(ax)}{a}, \quad a \neq 0$	$\int \cos(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a}, \quad a \neq 0$
$\int \tan x dx = -\log(\cos x)$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x$
$\int f'(x)e^{f(x)} dx = e^{f(x)}$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log(f(x))$

TEOREMA 2.6. Sia $G(t)$ una primitiva della funzione $g(t)$. Allora le soluzioni dell'equazione differenziale omogenea

$$y' = g(t)y$$

sono tutte e sole le funzioni $y(t) = Ce^{G(t)}$, con C costante reale.

TEOREMA 2.10. Sia data l'equazione differenziale lineare $y' = g(t)y + h(t)$. Siano $G(t)$ una primitiva della funzione $g(t)$ e $H(t)$ una primitiva della funzione $h(t)e^{-G(t)}$, ossia

$$G(t) = \int g(t)dt, \quad H(t) = \int h(t)e^{-G(t)}dt.$$

Allora le soluzioni dell'equazione differenziale lineare

$$y' = g(t)y + h(t)$$

sono tutte e sole le funzioni $y(t) = (H(t) + C)e^{G(t)}$, con C costante reale.