Calcolo delle probabilità - Esonero parziale 09/01/08.

TEMPO A DISPOSIZIONE: 1 ora e 30 minuti.

Non è consentito l'uso di calcolatrici.

FORMULARIO

Se X è v.a. binomiale di parametri n, p , allora $E(X) = np$, $Var(X) = np(1 - p)$.

Se X è v.a. geometrica di parametro p , allora $E(X) = 1/p$, $Var(X) = (1 - p)/p^2$.

Se X è v.a. di Poisson con parametro λ , allora $E(X) = \lambda$, $Var(X) = \lambda$.

Se X è v.a. ipergeometrica di parametri n, N, m (tipo: estraggo senza rimpiazzo n palline da un'urna con m palline bianche e $N - m$ palline nere e X è il numero di palline bianche estratte) allora $E(X) = nm/N$ e $Var(X) = \frac{N-n}{N-1}np(1 - p)$ dove $p = m/N$.

ESERCIZIO 1. La risposta dei quesiti (1),(3) e (4) deve essere data come numero frazionario del tipo a/b , con a e b numeri interi esplicitamente calcolati.

Si consideri il seguente gioco: si estraggono 2 carte senza rimpiazzo da un mazzo di 40 carte e si vincono tanti euro quanti sono gli assi estratti. Chiamare X la vincita totale ottenuta ripetendo il gioco 3 volte (reinserendo ogni volta le carte estratte).

1) Calcolare $E(X)$, $Var(X)$, $Var(-2X + 1)$.

2) Determinare (non serve il calcolo esplicito) la probabilità che la vincita totale X sia pari a 4.

3) Chiamato Y il numero di estrazioni in cui si vincono 2 euro, calcolare $E(Y)$, $Var(Y)$.

Si immagini ora di ripetere il gioco non 3 volte, bensì fino a quando non si vincono 2 euro in una singola estrazione. Chiamare Z il numero di volte in cui si ripete il gioco (inclusa la giocata finale in cui si vincono 2 euro).

4) Calcolare $E(Z)$.

5) Determinare (non serve il calcolo esplicito) $P(Z = 7|Z > 2)$.

ESERCIZIO 2. La risposta dei quesiti (2) , (3) e (5) deve essere data come numero frazionario del tipo a/b , con a e b numeri interi esplicitamente calcolati.

In una scuola multietnica vi sono 30 allievi italiani, 20 allievi africani e 30 allievi asiatici. Si scelgono a caso 3 allievi come rappresentanti degli studenti. Chiamare X il numero di studenti italiani tra quelli scelti e Y il numeri di studenti africani tra quelli scelti.

1) Determinare la densità discreta di X , la densità discreta di Y e la densità congiunta di X e Y (NON serve svolgere tutti i calcoli).

2) Calcolare $P(X = 1|Y = 1)$,

3) Calcolare $E(X + Y)$, $E(4X - 2Y)$.

4) Dire se X e Y sono variabili aleatorie indipendenti.

5) Calcolare $E(XY)$.

6) Determinare $Cov(X, Y)$ (NON serve svolgere tutti i calcoli).

7) Dire se X e la variabile aleatoria costantemente pari a 1 sono v.a. indipendenti.