

Nome

Matricola

ALGEBRA 1

a.a. 2017/18

prof. V. Barucci, E. Spinelli, D. Fiorenza

Prova scritta 9 CFU — 8 febbraio 2018

Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: 2 ore e mezza.

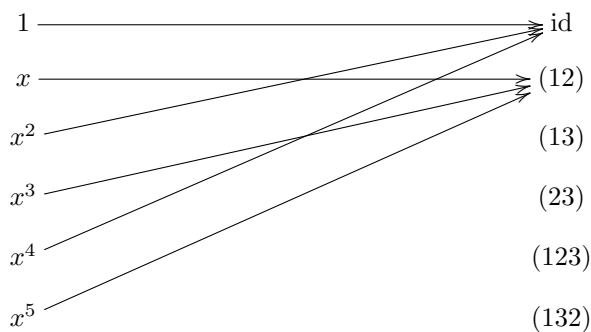
1. Si consideri, al variare del parametro $a \in \mathbb{Z}$ il seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 4X \equiv a \pmod{8} \\ 3X \equiv 2 \pmod{5}. \end{cases}$$

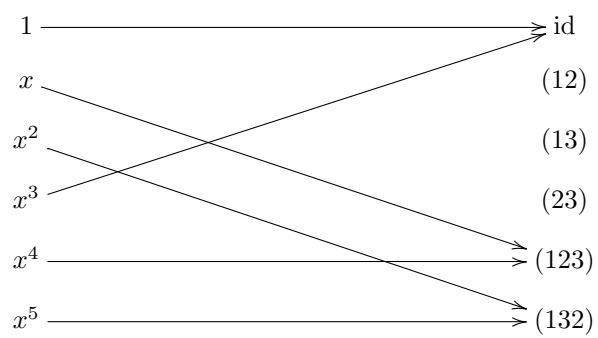
- Il sistema ha soluzione per $a = 3$? sì no . Se sì, la soluzione in questo caso è $X \equiv \dots \pmod{\dots}$
- Il sistema ha soluzione per $a = 4$? sì no . Se sì, la soluzione in questo caso è $X \equiv 9 \pmod{10}$
- Per quali valori del parametro $a \in \mathbb{Z}$ il sistema di congruenze dato ha soluzione?
Il sistema ha soluzione per $a \equiv 0 \pmod{4}$

2. Esibire, se possibile, un omomorfismo non banale da C_6 a S_3 indicando mediante frecce l'immagine di ogni elemento.

Ci sono varie soluzioni possibili. Ad esempio



oppure



Quanti sono gli omomorfismi da C_6 in S_3 (compreso l'omomorfismo banale)? 6.

3. Sia A l'anello commutativo $A = \mathbb{Z}[x]/(x^2 - 2, 7)$.

- A è un campo? sì no
- A ammette divisori dello zero? sì no
- se sì, una coppia di divisori dello zero è: $[x - 3], [x + 3]$
- A ammette ideali non banali? sì no
- se sì, un ideale non banale è: $([x - 3])$.

4. Sia σ la permutazione in S_5 data da

$$\sigma = (123)(124)(125)(234)$$

- La permutazione σ è: pari dispari
- L'ordine della permutazione σ è 5
- La permutazione $\tau = (13542)$ è coniugata a σ ? sì no
- Se sì, una permutazione ρ tale che $\rho\sigma\rho^{-1} = \tau$ è data da $\rho = (34)$

5. Trovare per ognuno dei seguenti elementi di $\mathbb{Z}[i]$ la fattorizzazione in fattori irriducibili:

$$17 = (4 + i)(4 - i)$$

$$25i = (2 + i)^2(2 - i)^2i$$

$$5 + 2i = 5 + 2i$$

$$7 + 6i = (4 + i)(2 + i)$$