

Nome

Matricola

ALGEBRA 1

a.a. 2017/18

prof. V. Barucci, E. Spinelli, D. Fiorenza

Prova scritta — 24 gennaio 2018

Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: 2 ore e mezza.

1. Trovare le soluzioni del seguente sistema di congruenze, comprese tra -20 e 30 :

$$\begin{cases} 6X \equiv 4 \pmod{8} \\ 4X \equiv 3 \pmod{5}. \end{cases}$$

2. Esibire, se possibile, un omomorfismo non banale da D_4 a C_8 indicando mediante frecce l'immagine di ogni elemento.

id	1
r	x
r^2	x^2
r^3	x^3
s	x^4
rs	x^5
r^2s	x^6
r^3s	x^7

3. Determinare quali dei seguenti anelli sono campi e stabilire se tra questi ce ne siano di isomorfi tra loro.

$$A = \mathbb{R}[x]/(x^2 + x + 1); \quad B = \mathbb{R}[x]/(x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}); \quad C = \mathbb{C}; \quad D = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$$

Gli anelli sono campi

Ci sono i seguenti isomorfismi:

4. Sia E il campo di spezzamento di $f(x) = x^4 - x - 2$ su \mathbb{F}_3 . Determinare $[E : \mathbb{F}_3]$ e fattorizzare $f(x)$ in fattori lineari in $E[x]$:

$$[E : \mathbb{F}_3] = \dots$$

$$f(x) = \dots$$

5. Trovare per ognuno dei seguenti elementi di $\mathbb{Z}[i]$ la fattorizzazione in fattori irriducibili:

$$13 = \dots$$

$$29i = \dots$$

$$4 + 29i = \dots$$

$$-7 + 35i = \dots$$