

Nome

Matricola

ALGEBRA 1 (9CFU)
a.a. 2017/18
prof. V. Barucci, E. Spinelli, D. Fiorenza
Prova scritta — 24 gennaio 2018

Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: 2 ore e mezza.

1. Trovare il più piccolo intero positivo congruo a 18^{14641} modulo 11.

2. Trovare le soluzioni del seguente sistema di congruenze, comprese tra -20 e 30 :

$$\begin{cases} 6X \equiv 4 \pmod{8} \\ 4X \equiv 3 \pmod{5}. \end{cases}$$

3. Esibire, se possibile, un omomorfismo non banale da D_4 a C_8 indicando mediante frecce l'immagine di ogni elemento.

id	1
r	x
r^2	x^2
r^3	x^3
s	x^4
rs	x^5
r^2s	x^6
r^3s	x^7

Stabilire inoltre quanti sono gli omomorfismi da D_4 a C_8 : ...

4. Consideriamo in $\mathbb{Q}[x]$ l'ideale I generato da x^5 e l'ideale J generato da $x^4 - x^3$.

(a) Esibire generatori per gli ideali $I + J$ e $I \cap J$;

(b) Stabilire se $I + J$ e $I \cap J$ sono ideali primi e/o massimali

5. Trovare per ognuno dei seguenti elementi di $\mathbb{Z}[i]$ la fattorizzazione in fattori irriducibili:

$$13 = \dots$$

$$29i = \dots$$

$$4 + 29i = \dots$$

$$-7 + 35i = \dots$$