

# 1 Esercizi di Algebra Lineare, 28 settembre 2017

**Esercizio 1.** Scrivere i seguenti numeri nella forma  $a + b\sqrt{2}$ :

$$(1 + \sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2}), \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}, \quad (1 - \sqrt{2})^3, \quad \frac{(2 - 2\sqrt{2})^{11}}{(2 - \sqrt{2})^{10}}.$$

**Esercizio 2.** Scrivere i seguenti numeri complessi nella forma  $a + ib$ :

$$(\cos(\pi/9) + i \sin(\pi/9))^3, \quad \frac{2 + i}{i + 2}, \quad i^{2017}, \quad \frac{13 - 2i}{6 + 4i}, \quad \frac{(1 + i)^{2017}}{16^{252}}.$$

**Esercizio 3.** Si considerino i tre numeri complessi  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 2 - i$ ,  $z_3 = -2i$ :

1. calcolare i tre quozienti  $\frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1}$ ,  $\frac{z_3 - z_2}{z_1 - z_2}$  e  $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ ;
2. dire, motivando la risposta, se il triangolo nel piano di Gauss di vertici  $z_1, z_2, z_3$  è acutangolo, rettangolo, oppure ottusangolo;
3. trovare, oppure dimostrare che non esistono, tre numeri complessi distinti  $u_1, u_2, u_3$  tali che i tre quozienti  $\frac{u_2 - u_1}{u_3 - u_1}$ ,  $\frac{u_3 - u_2}{u_1 - u_2}$  e  $\frac{u_1 - u_3}{u_2 - u_3}$  hanno tutti parte reale negativa.

**Esercizio 4.** Calcolare, nella forma  $a + ib$ , le radici quadrate dei numeri complessi  $1 + 2i$ ,  $4 - 3i$  e  $1 - 4i$ .

**Esercizio 5.** Sia  $\alpha \in \mathbb{C}$  una radice del polinomio  $p(x) = x^7 - 4x^5 + 3x^2 + 2x + 1 - 2i$ . Quanto vale  $p(\bar{\alpha})$ ?

**Esercizio 6.** Sia  $\xi \in \mathbb{C}$  una radice del polinomio  $x^2 + x + 5$ . Trovare, oppure dimostrare che non esistono, due numeri razionali  $a, b$  tali che  $(a + b\xi)(1 - \xi) = 1$ .