

Geometria 1 a.a. 2016/17
Esercizi 1

- (1) Determinare una base ortonormale del piano π di $\mathbb{R}^3$ di equazione $x + y - z = 0$ (rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$).

- (2) Sia $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ la forma quadratica

$$f(x, y, z, w) := x^2 + 4xy + 2xz + 2yz + z^2.$$

Determinate rango e segnatura di f .

- (3) Sia $V = \mathbb{R}^2[t]_{\leq 2}$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 2 a coefficienti in $\mathbb{R}$ e sia $\langle, \rangle$ l'applicazione $V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$\langle p(t), q(t) \rangle = p(0)q(0) - p(2)q(2) + p(1)q(1).$$

- (a) Verificare che $\langle, \rangle$ è una forma bilineare simmetrica
- (b) Stabilire se $\langle, \rangle$ sia non degenere
- (c) Determinare la segnatura di $\langle, \rangle$.

- (4) Sia $V = \mathbb{R}^2$ e sia $S = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Verificare che la forma bilineare su $\mathbb{R}^2$ rappresentata dalla matrice S rispetto alla base canonica è un prodotto scalare definito positivo.
- (b) Determinare una base dello spazio vettoriale degli endomorfismi $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ che risultano essere simmetrici rispetto al prodotto scalare definito da S .