Geometria 1 a.a. 2016/17
Esercizi 3

Sia H la forma sesquilineare su $\mathbb{C}^2$ rappresentata, rispetto alla base canonica, dalla matrice

$$H = \begin{pmatrix} 1 & -3i \\ 3i & 1 \end{pmatrix}$$

(1) Dimostrare che H è una forma Hermitiana non degenere su $\mathbb{C}^2$.

(2) Determinare la segnatura di H portandola a forma canonica ed esibire una base H-ortogonale di $\mathbb{C}^2$.

(3) Determinare la segnatura di H utilizzando il calcolo dei determinanti di opportuni minori della matrice H.

(4) Determinare la segnatura di H utilizzando la regola di Cartesio.

(5) Determinare la segnatura di H determinando esplicitamente gli autovalori della matrice H (e dunque, in particolare determinando il loro segno).

(6) Determinare una base di $\mathbb{C}^2$ che sia contemporaneamente ortonormale rispetto al prodotto Hermitiano standard $\langle\,|\,\rangle$ di $\mathbb{C}^2$ e ortogonale rispetto alla forma Hermitiana H.