

TUTORAGGIO DI ANALISI MATEMATICA I
16 V 2013

- (1) Determinare il raggio di convergenza, l'insieme di convergenza puntuale e l'insieme di convergenza uniforme delle seguenti serie (riducibili a serie) di potenze.

$$(0.1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^4},$$

$$(0.2) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n x^n,$$

$$(0.3) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\log(\log(3n))) x^n,$$

$$(0.4) \quad \sum_{n=1}^{\infty} a^{\sqrt{n}} (x-1)^n, \quad a \geq 1,$$

$$(0.5) \quad \sum_{n=1}^{\infty} a^{\sqrt{n}} (x-1)^n, \quad 0 < a < 1,$$

$$(0.6) \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^{\sqrt{n}} x^n,$$

$$(0.7) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{(-1)^n}{n} \right) x^n,$$

$$(0.8) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + \sqrt{n}}{2n^2 - 2} x^n,$$

$$(0.9) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sin n) x^n,$$

$$(0.10) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!},$$

$$(0.11) \quad \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n,$$

$$(0.12) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\log(n+1)},$$

$$(0.13) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{(n+1)2^n},$$

$$(0.14) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (3^n + 5^n) x^n,$$

$$(0.15) \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(\sin x)^n,$$

$$(0.16) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n},$$

$$(0.17) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+4} e^{2nx},$$

$$(0.18) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n2^n} x^n,$$

$$(0.19) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!} x^n,$$

$$(0.20) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(\sqrt{n}+1)}{3^n+n^2} x^n.$$

(2) Calcolare il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, dove $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$.

(3) Calcolare il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, dove $a_n = \int_1^n e^{-x^2} dx$.

(4) Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie numerica divergente di termine generale decrescente a zero. Qual è il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$?

(5) Calcolare

$$\sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (-1)^n x^{2n} \arctan x dx.$$