

Corso di Laurea TAC. - a.a. 2007/2008
PROVA di Matematica I dell'8 settembre 2008

Cognome: Nome:

Esercizio 1. Sia $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Determinare il valore del parametro λ in modo che il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 - \lambda \\ -1 \end{pmatrix}$ sia ortogonale al vettore al vettore $\mathbf{u} - \mathbf{v}$.

b) Determinare le equazione parametriche della retta r passante per il punto $P_0 = (1, 2, 3)$ e parallela al vettore \mathbf{u} .

c) Determinare l'equazioni cartesiane del piano π passante per il punto $P_1 = (2, -4, 2)$ e ortogonale alla retta r .

Esercizio 2. a) Determinare al variare del parametro k il comportamento del sistema

$$\begin{cases} kx + 2z = 0 \\ -y + 2kz = -0 \\ 2x - y + 6z = 1 - k \end{cases}$$

(ossia dire per quali valori di k il sistema ammette una soluzione, per quali ammette infinite soluzioni e per quali è incompatibile)

b) Dire (giustificando la risposta) se i seguenti vettori sono linearmente dipendenti o indipendenti

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x}{x+1} \right)$$

a) Determinare l'insieme di definizione di f e le eventuali simmetrie

b) Calcolare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione di f ed eventuali asintoti.

d) Calcolare la derivata prima

$$f'(x) =$$

e) Determinare gli intervalli di monotonia ed gli eventuali massimi e i minimi della funzione.

f) **Disegnare il grafico di f**

Esercizio 4 Calcolare

$$\int_0^1 \sqrt{(2x+1)} + e^x dx$$

Esercizio 5.

a) Determinare la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ nel punto $x = 0$

b) Disegnare il grafico di una funzione che verifichi le seguenti condizioni: è pari, è crescente in $(0, 3)$,
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$