

PROVA SCRITTA del 14 giugno 2010

Cognome: ..... Nome: .....

**Esercizio 1.** Data la curva parametrica

$$\gamma(t) = (2 \sin t, \cos 2t + 1) \quad t \in [0, 2\pi]$$

a) Stabilire se è una curva chiusa (motivando la risposta)

b) Dire se i punti  $(-2, -1)$  e  $(2, 0)$  appartengono o meno alla curva

c) Dare un esempio esplicito di una curva parametrica passante per il punto  $(0, 2)$ .

**Esercizio 2.** a) Determinarne nel punto  $(1, 0)$  il piano tangente al grafico della seguente funzione

$$f(x, y) = \sqrt{4x + 2xy}$$

b) Determinare e disegnare le linee (corrispondenti ai livelli  $c = 0, 1, 2$ ) di livello della funzione

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2)^2$$

**Esercizio 3.** Determinare e disegnare il dominio della seguente funzione

$$f(x, y) = \log(y - 1) + \sqrt{(x + 2)(x - y - 1)}$$

**Esercizio 4.** a) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y = \sin 2x .$$

b) Tra le soluzioni dell'equazione nel punto a) determinare tutte quelle che verificano  $y(0) = 1$ .

**Esercizio 5.** Disegnare il dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 4, y > 0, x > 0\},$$

e quindi calcolare in coordinate polari il seguente integrale doppio

$$\iint_D 2xy \, dx \, dy.$$