

PROVA SCRITTA del 15 luglio 2010

Cognome: Nome:

Esercizio 1. a) Data la curva $\gamma(t) = (t^2 + 3, t^3 + 2t)$, per $t \in \mathbf{R}$ determinare il vettore tangente in $\gamma(1)$;

b) determinare un punto che appartiene alla curva γ definita in a).

c) Dare un esempio esplicito di una curva chiusa passante per il punto $\gamma(0)$.

Esercizio 2. Determinare il gradiente della funzione

$$f(x, y) = \sin(4x - y^2) + xy.$$

Esercizio 3. Determinare e disegnare il dominio della seguente funzione

$$f(x, y) = \sqrt{(x+1)(y+1)} + \sqrt{y-x^2+2}$$

Esercizio 4. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' = 2e^x \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Disegnare il dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y > 0, x^2 + y^2 \leq 1\},$$

quindi calcolare in coordinate polari il seguente integrale doppio

$$\iint_D (x^2 + y^2 - 3) dx dy.$$