

ESERCITAZIONE N.1

1. Disegnare la curva parametrica $\gamma(t) = (t^2, t)$, con $t \in [-1, 1]$. (Suggerimento: notare che in questo caso è facile scrivere la x in funzione della y)
2. Disegnare la curva parametrica $\gamma(t) = (\sin t, \cos t)$, con $t \in [0, \pi]$. Quali sono i punti estremi della curva? (ossia i punti $\gamma(0)$ e $\gamma(\pi)$).
3. Disegnare la curva parametrica $\gamma(t) = (\cos t, 2 \sin t)$, con $t \in [0, 2\pi]$.
4. Data la curva parametrica $\gamma(t) = (2t^2, t + 2)$, con $t \in [0, 3]$ dire se i punti $(2, 4)$ e $(8, 5)$, appartengono o meno alla curva.
5. Data la curva parametrica $\gamma(t) = (\cos 2t, 3 \sin t)$, con $t \in [0, 3\pi]$, determinare almeno due punti che appartengono alla curva.
6. Determinare gli eventuali punti di intersezione tra le due curve $\gamma_1(t) = (2 + t, 1 - 2t)$, con $t \in \mathbf{R}$, e $\gamma_2(t) = (1 - t, 3 - 4t)$, con $t \in \mathbf{R}$ (Attenzione: le due curve possono passare per uno stesso punto per valori del parametro diversi).
7. Determinare gli eventuali punti di intersezione tra le due curve $\gamma_1(t) = (t^2, 1 + e^{2t})$, con $t \in [-1/2, 1/2]$, e $\gamma_2(s) = (2s^2, 1 + e^{s+1})$, con $s \in [-2, 2]$.
8. Data la curva parametrica $\gamma_1(t) = (t^2, t^2)$, con $t \in \mathbf{R}$, disegnarla e dire se è semplice. Disegnare inoltre $\gamma_2(t) = (t, t)$, con $t \in [0, +\infty)$ e dire se γ_1 e γ_2 rappresentano la stessa curva del piano.
9. Dire se la curva $\gamma(t) = (\cos t, 3 \sin t)$, con $t \in [0, \pi]$ è chiusa e/o semplice.
10. Dire se la curva $\gamma(t) = (\cos 4t, \sin 4t)$, con $t \in [0, \pi]$ è chiusa e/o semplice.
11. Determinare il versore tangente alla curva $\gamma(t) = (2 \cos t, \sin t)$, con $t \in [0, 2\pi]$ nel punto $\gamma(\pi)$.
12. Determinare il vettore tangente alla curva $\gamma(t) = (2t^3, t^2 - 1)$ nel punto $\gamma(1)$.
13. Determinare il vettore tangente alla curva dello spazio $\gamma(t) = (t, \cos t, \sin 2t)$ nel punto $\gamma(\pi/2)$.
14. Dire se la curva dello spazio $\gamma(t) = (2t^3, t^2 - 1, t)$, con $t \in \mathbf{R}$, è regolare.
15. Calcolare la lunghezza della curva parametrica $\gamma(t) = (3 + t^2, 1 - 2t^2)$, con $t \in [0, 1]$.
16. Calcolare la lunghezza della curva parametrica $\gamma(t) = (t^3 + 3, t^2)$, con $t \in [-1, 1]$.
17. Disegnare il concatenamento delle due curve $\gamma_1(t) = (3 \cos t, \sin t)$ per $t \in [0, \pi]$ e $\gamma_2(t) = (3 \cos t, 3 \sin t)$ per $t \in [\pi, 2\pi]$. La curva che si ottiene è regolare?