Corso di Laurea in Tecniche per l'Architettura e la Costruzione

MATEMATICA 2 - Garroni

ESERCITAZIONE N.3

1. Calcolare, nel relativo dominio, le derivate parziali delle seguenti funzioni
   (a) $f(x,y) = 2x^2y + y^4 + xy^3 \log x$
   (b) $f(x,y) = \cos(xy)$
   (c) $f(x,y) = e^{\frac{x}{y}}$
   (d) $f(x,y) = x^y$
   (e) $f(x,y) = \log(\frac{x+1}{y+2})$.

   N.B. La funzione $f(x,y) = x^y$ per definizione è data da $f(x,y) = e^{y \log x}$ e questa è l'espressione che bisogna usare per capire dove è ben definita e per poterla derivare.

2. Calcolare il gradiente delle seguenti funzioni
   (a) $f(x,y) = 7x + 12y + 5$
   (b) $f(x,y) = x^2 + 5$
   (c) $f(x,y) = e^{3y}$
   (d) $f(x,y) = x^2y + \cos(x + 2y)$
   (e) $f(x,y) = \log(x^2 + y^2 + 1)$

3. Determinare un punto del piano in cui il gradiente della funzione $f(x,y) = 4xy + x^2 - 2y$ è un vettore ortogonale al vettore $(1,-1)$.

4. Calcolare la derivata direzionale di $f(x,y) = x^2 \sin(xy)$ rispetto alla direzione data dal vettore $\vec{u} = (\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}})$ nel punto $(\pi, 1)$.

5. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x,y) = (x+y)e^{x-y}$ nel punto $(1,1)$ e nel punto $(0,1)$.

6. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x,y) = \sin(x^2) + x\cos y$ nel punto $(0, \frac{\pi}{2})$.

7. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x,y) = \log(x^2 + y + 1)$ nel punto $(0,1)$.

8. Calcolare le derivate parziali seconde delle seguenti funzioni
   (a) $f(x,y) = 7x + 12y + 5$
   (b) $f(x,y) = x^2 + y^2 + 5$
   (c) $f(x,y) = x^2 - y^2 + 2x$
   (d) $f(x,y) = \log(x^4 + y^2 + 2x^2 + 3$
   (e) $f(x,y) = \cos(x + y^2) - \sin(y + 2x^2)$

9. Data la curva $\gamma(t) = (t, t^2)$ e la funzione $f(x,y) = x^2 - y^2$
   (a) Determinare la parametrizzazione della curva dello spazio $\hat{\gamma}(t)$ ottenuta, sul grafico di f, restringendo la funzione f alla curva γ.
   (b) Determinare i due punti della curva $\hat{\gamma}$ che corrispondono ai valori di $t = 0$ e $t = 1$ (ossia i punti $\hat{\gamma}(0)$ e $\hat{\gamma}(1)$).
   (c) Determinare il vettore tangente alla curva $\hat{\gamma}(t)$.
   (d) Determinare il versore tangente a $\hat{\gamma}$ nei punti $\hat{\gamma}(0)$ e $\hat{\gamma}(1)$.