

Cognome: Nome:

Esercizio 1.

a) Dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ determinare un vettore \mathbf{w} ortogonale ai vettori \mathbf{u} e $2\mathbf{v} - \mathbf{u}$.

b) Determinare λ in modo che il vettore $\begin{pmatrix} \lambda \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ abbia norma 2.

c) Dato il piano π di equazione $x - 4z + 5 = 0$ determinare le equazioni parametriche della retta passante per il punto $P_0 = (-2, 4, 1)$ e ortogonale al piano π .

Esercizio 2.

a) Determinare, al variare del parametro k , se il sistema ammette una, infinite o zero soluzioni

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 3x + y + 2z = k \\ -2x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

b) Determinare gli autovalori e autovettori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = (x + 1)e^x$$

a) Determinare l'insieme di definizione di f

b) Calcolare i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti di f .

d) Calcolare la derivata prima

$$f'(x) =$$

e) Determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali massimi e i minimi della funzione.

d) Calcolare la derivata seconda

$$f''(x) =$$

e) Determinare gli intervalli di concavità e convessità della funzione.

e) Determinare l'insieme immagine.

f) **Disegnare il grafico di f**

Esercizio 4 Data la funzione

$$\sqrt{2} - 3xe^{3x}$$

a) Determinare le primitive di f .

b) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^1 f(x) dx$$

Esercizio 5.

a) Determinare la derivata della funzione $f(x) = \log(3 - \cos 2x^2)$

$$f'(x) =$$

b) Disegnare il grafico di una funzione **pari, non derivabile in $x = 0$** e con **asintoto obliquo $y = -x + 1$ a $+\infty$** . Qual'è l'equazione dell'asintoto a $-\infty$?