**Corso di Laurea TAC - a.a. 2005/2006**
**Matematica 1 - Garroni**

**PROVA SCRITTA del 14 febbraio 2006**

**Cognome**: ..................................... **Nome**: .....................................

**Esercizio 1.**
a) Dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \lambda \\ -1 \end{pmatrix}$ determinare per quale valore del parametro $\lambda$ i vettori $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ sono paralleli e per quale valore sono ortogonali.
b) Sia $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, determinare le coordinate del vettore $\mathbf{z}_1 = \langle \mathbf{u}, \mathbf{w} \rangle (\mathbf{u} - \mathbf{w})$ e $\mathbf{z}_2 = \|\mathbf{w} - 2\mathbf{u}\| \mathbf{w}$.

**Esercizio 2.**
a) Determinare l'equazione cartesiana del piano $\pi$ passante $P_1 = (-1, 0, 1)$, $P_2 = (2, 0, 0)$ e $P_3 = (-1, 1, 0)$.
b) Determinare le equazioni parametriche della retta $r$ ortogonale al piano $\pi$ e passante per il punto $P_4 = (0, 4, 3)$.
c) Determinare un punto, diverso da $P_4$, che appartiene alla retta $r$.

**Esercizio 3.**
Determinare al variare del parametro $k$ il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} x - 2z = 0 \\ 4y - x - 2z = 0 \\ 3x - 2y - 4z = k \end{cases}$$

(cioè dire per quali valori di $k$ il sistema è incompatibile, per quali ammette una soluzione e per quali infinite soluzioni).

**Esercizio 4.** Data la funzione
$$f(x) = 2x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}$$

a) Determinare l'insieme di definizione di $f$.

b) Calcolare i limiti

$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$

c) Calcolare la derivata prima

$f'(x) =$

d) Determinare gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi della funzione.

e) Calcolare la derivata seconda

$f''(x) =$

f) Determinare gli intervalli di concavità e convessità e i flessi

g) Determinare l'insieme immagine di $f$.

h) Disegnare il grafico di $f$ e quello di $g(x) = |2x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}|$.

**Esercizio 5.**
Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \sqrt{3x+1} + \sqrt{3}$$

e quindi calcolare

$$\int_0^1 f(x)\, dx.$$