Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura. - a.a. 2010/2011

PROVA di Matematica I del 15 marzo 2011

Cognome: .... **Nome**: ....

Esercizio 1.

a) Dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ determinare il vettore $2\mathbf{v} - \langle \mathbf{v}, \mathbf{u} \rangle \mathbf{u}$.

b) Determinare un vettore ortogonale a **u** di lunghezza 2.

c) Determinare le equazioni parametriche della retta r per i punti $P_1 = (-2, 4, 1)$ e $P_2 = (1, 2, -5)$ e quindi scrivere l'equazione del piano ortogonale a r passante per l'origine.

Esercizio 2.

a) Determinare, al variare del parametro k, se il sistema ammette una, infinite o zero soluzioni

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + ky = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

b) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} .$$

considerare la trasformazione lineare indotta da A (ossia $A\mathbf{x} = \mathbf{x}'$). Determinare e disegnare come si trasforma il quadrato di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$.

(Suggerimento: determinare i punti ottenuti trasformando con A i vertici del quadrato)

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x(x-2)}$$

a) Determinare l'insieme di definizione di f

dom$f$ =

b) Calcolare i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti di f.

d) Calcolare la derivata prima

$f'(x) =$

e) Determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali massimi e i minimi della funzione.

e) Determinare l'insieme immagine.

Imf =

f) **Disegnare il grafico di** $f(x)$ **e di** $f(|x|)$

Esercizio 4 a) **Disegnare e calcolare l'area** dell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ 0 \leq x \leq 1, \ x^3 \leq y \leq x^{\frac{1}{3}}\}$$

ossia l'area tra il grafico della funzione $h(x) = x^3$ e il grafico della funzione $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ quando x varia nell'intervallo $(0, 1)$.

b) Determinare le primitive della funzione

$$f(x) = \sqrt{2} - \cos(4x + 1)\,.$$

Esercizio 5.

a) Determinare la derivata della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}\,\log(2x + 1)$

$f'(x) =$

b) Disegnare il grafico di una funzione **iniettiva**, con **una discontinuità di salto in** $x = 0$ e con **limite a** $+\infty$ **uguale a** 3.