

Corso di Laurea TAC. - a.a. 2008/2009
PROVA di Matematica I del 16 luglio 2009

Cognome: Nome:

Esercizio 1.

a) Dato il vettore $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ \lambda \end{pmatrix}$, determinare per quali valori di λ il vettore \mathbf{u} è parallelo a $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, per quale valore è ortogonale a $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ e per quale valore ha lunghezza 3.

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per i $P_0 = (0, 0, 0)$, $P_1 = (3, 2, 1)$ e $P_2 = (-1, 1, 0)$.

c) Determinare le equazioni parametriche della retta passante per i punti P_2 e ortogonale al piano π determinato nel "punto b".

Esercizio 2. a) Dato il sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x - 3y + 2kz = 0 \\ x + ky + z = 0 \\ 2x + y + (k + 1)z = 0 \end{cases}$$

dire per quali valori del parametro k il sistema ammette soluzioni non banali.

b) Data la trasformazione lineare rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix};$$

disegnare il quadrato di vertici $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$ e $(1, -1)$ e determinare il suo trasformato tramite la trasformazione associata ad A .

Esercizio 3.

a) Determinare il dominio della seguente funzione $f(x) = \frac{1}{\log(x^2-4)}$

a) Determinare la derivata della funzione $f(x) = x\sqrt{\cos 3x}$

b) Disegnare il grafico di una funzione che abbia **un punto di non derivabilità in** $x = 0$, verifichi $f(1) = -1$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} = 3$. Quindi disegnare il grafico del modulo di questa funzione.

Esercizio 4 Determinare l'insieme delle primitive della funzione

$$x \cos 3x + 1 .$$

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = (x + 1)e^{-x}$$

a) Determinare l'insieme di definizione di f e le eventuali simmetrie

b) Calcolare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione di f .

c) Determinare gli eventuali asintoti

d) Calcolare la derivata prima

$$f'(x) =$$

e) Determinare gli intervalli di monotonia, eventuali massimi e minimi della funzione.

f) Calcolare la derivata seconda

$$f''(x) =$$

g) Determinare gli intervalli di convessità, eventuali punti di flessi.

g) **Disegnare il grafico di f**