

Cognome: ..... Nome: .....

**Esercizio 1.** Dati il vettori  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

a) Determinare un vettore ortogonale a  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  di lunghezza 1.

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  parallelo ai vettori  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  e passante per l'origine.

c) Determinare le equazioni parametriche di una retta parallela al piano  $\pi$  determinato nel "punto b" e passante per il punto  $P = (2, 0, 2)$ .

**Esercizio 2.** a) Discutere al variare del parametro  $k$  il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} 2x + (1 + 2k)y - kz = 1, \\ (3 + k)y + 2z = -2, \\ -3y - (2 - k)z = 3. \end{cases}$$

b) Determinare gli autovalori della seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

a) Determinare l'insieme di definizione di  $f$  e le eventuali simmetrie

b) Calcolare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione di  $f$ .

c) Calcolare la derivata prima

$$f'(x) =$$

d) Determinare gli intervalli di monotonia, eventuali massimi e minimi della funzione.

e) Calcolare la derivata seconda

$$f''(x) =$$

f) Determinare gli intervalli di convessità, eventuali punti di flessi.

g) Determinare l'immagine di  $f$

h) **Disegnare il grafico di  $f$  e il grafico di  $|f|$**

**Esercizio 4** Disegnare il grafico di  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$  e di  $g(x) = x^3$ . Calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico di  $f$  e il grafico di  $g$ , quando  $x$  varia nell'intervallo  $[0, 1]$ .

**Esercizio 5.**

a) Determinare la derivata della funzione  $f(x) = x^2 \log \cos(1 - 2x)$

b) Disegnare il grafico di una funzione che abbia un **punto di discontinuità in**  $x = 0$ , abbia la retta  $y = x - 1$  **come asintoto obliquo** per  $x$  che tende a  $+\infty$  e un **minimo locale in**  $x = 2$ .