

Tutoraggio di Analisi Matematica I

canale Pb-Z

Scheda 1 di esercizi, 6 marzo 2012

1) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n^3 + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \log(\sqrt{n} + \sin n), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{e^{n^2}}.$$

Usando la definizione di limite, verificare i limiti calcolati.

2) Verificare che la successione

$$a_n := \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \quad (n \in \mathbb{N})$$

non ammette limite.

3) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n + 2^{n+1}}{(n-1)!}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + \arctan(n^3)}{\log(n^3)}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n^2}\right)^n,$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{n^2}} - \cos \frac{1}{n}}{\frac{1}{n} \sin \frac{1}{n}}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n \log\left(1 + \frac{1}{n!}\right).$$

4) Utilizzando la formula di Taylor, calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left[\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) - \sin \frac{1}{n} \right], \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 \left(e^{\frac{1}{n^3}} - 1 - \frac{1}{n^3} \right),$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left[\frac{n+1}{n} - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right].$$

5) Sia $\{a_n\}$ una successione monotona tale che, per qualche $L \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} a_{2k+1} = L.$$

E' vero che a_n converge a L ?

6) Esibire una successione numerica $\{a_n\}$ priva di limite, tale che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = 2.$$