

**ESERCIZI DEL TUTORAGGIO DEL 30 MAGGIO 2012
CANALE DL-PA**

GIOVANNI SCILLA

Esercizio 1. Determinare raggio di convergenza e intervallo di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n \log(2n) + \frac{2^n}{n+2} \right) x^n.$$

Esercizio 2. Determinare l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{n^2 \log n} (x-1)^{2n}.$$

Esercizio 3. Calcolare la somma della seguente serie nel suo insieme di convergenza:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-2nx}.$$

Esercizio 4. Sviluppare in serie di McLaurin la funzione

$$f(x) = \frac{2x-8}{x^2-8x+12}$$

indicando il raggio di convergenza. Utilizzare il risultato ottenuto per calcolare $f^{(n)}(0)$.

Esercizio 5. Determinare una primitiva delle seguenti funzioni:

(i): $f(x) = \frac{\sin x}{x}$;

(ii): $f(x) = e^{x^2}$.

Esercizio 6. Utilizzando gli sviluppi in serie di Taylor noti, calcolare la somma delle seguenti serie:

$$\begin{aligned} \text{(i): } & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}; \\ \text{(ii): } & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}. \end{aligned}$$

Esercizio 7. Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del primo ordine:

$$\begin{aligned} \text{(i): } & y' = xy \sin x; \\ \text{(ii): } & y' = (\arcsin x)y; \\ \text{(iii): } & y' = y + x^2 - 1; \\ \text{(iv): } & y' = -y + e^{-x} \cos x. \end{aligned}$$

Esercizio 8. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\text{(i): } \begin{cases} y' = \frac{x}{x^2 + 1}y \\ y(1) = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{(ii): } \begin{cases} y' = (\tan x)y + 1 \\ y(\pi) = 1 \end{cases}$$