

**ESERCIZI DEL TUTORAGGIO DEL 14 MARZO 2012  
CANALE DL-PA**

GIOVANNI SCILLA

**Esercizio 1.** Trovare il massimo e il minimo limite delle successioni seguenti:

(a):  $x_n = \frac{1 + (\cos(n\pi))n}{1 + n}$ ;

(b):  $x_n = \sqrt[2n+1]{-n}$ ;

(c):  $x_n = \sqrt[n]{n!}$ .

**Esercizio 2.** Calcolare e disegnare:

(a):  $\sqrt[3]{i - \sqrt{3}}$ ;

(b):  $\sqrt{-1 - i}$ ;

(c):  $\sqrt[4]{i + 1}$ .

**Esercizio 3.** Calcolare  $z^2$  e  $z^{22}$  se

(a):  $z = \frac{1 - i}{i}$ ;

(b):  $z = \frac{2}{\sqrt{3} - i} + \frac{1}{i}$ .

**Esercizio 4.** Risolvere le seguenti equazioni:

(a):  $z^6 + z^3 + 1 = 0$ ;

(b):  $z^2 + i\sqrt{3}z + 6 = 0$ ;

(c):  $z|z| - 5z + 6 = 0$ .

**Esercizio 5.** Dire se le seguenti funzioni sono delle distanze in  $\mathbb{R}$ :

(a):  $d(x, y) = |x^2 - y^2|$ ;

(b):  $d(x, y) = |x - y|^2$ ;

(c):  $d(x, y) = |e^x - e^y|$ ;

(d):  $d(x, y) = |x + y|$ ;

(e):  $d(x, y) = \sqrt{|x - y|}$ .

**Esercizio 6.** Trovare i punti interni e di frontiera degli insiemi  $E$  di seguito definiti:

$$(a): E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < -x\};$$

$$(b): E = \left\{ x = \frac{1}{n}; \quad n \in \mathbb{N} \right\};$$

$$(c): E = \bigcup_{n=1}^{+\infty} (2n, 2n + 1).$$

**Esercizio 7.** Dire se i seguenti insiemi sono aperti o chiusi (o né aperti né chiusi):

$$(a): (-1, 1) \cup (0, 2];$$

$$(b): \mathbb{R} \setminus \{0\};$$

$$(c): (-\infty, 1) \cap (0, 3];$$

$$(d): \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3x + 1 = 0\};$$

$$(e): \{x \in \mathbb{R} : 1 < |x - 2| < 3\}.$$

GIOVANNI SCILLA: SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA, DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "G. CASTELNUOVO", PIAZZALE A. MORO 2, I-00185 ROMA, ITALY  
*E-mail address:* `scilla@mat.uniroma1.it`