

Tutoraggio di Analisi Matematica I

canale Pb-Z

Scheda 2 di esercizi, 13 marzo 2012

1) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \arctan(n) \frac{n^2}{n-1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) \frac{1}{2^{n^2+n}}.$$

Usando la definizione di limite, verificare i limiti calcolati.

2) Determinare estremo superiore ed estremo inferiore degli insiemi

$$I = \left\{ x \in (-4, 4) \mid \sqrt{x^2 + 4x} > x + 1 \right\},$$

$$J = \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left\{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}.$$

3) Determinare estremo superiore ed estremo inferiore delle successioni

$$a_n = \frac{n}{n^2 + 4}, \quad b_n = (-1)^n a_n, \quad c_n = \cosh(b_n) \quad (n \in \mathbb{N}).$$

4) Determinare estremo superiore ed estremo inferiore delle funzioni

$$f(x) = |x| - 2, \quad g(x) = 2^{x^3},$$

nell'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x < 4\}$.

5) Sia $A \subset \mathbb{R}$ superiormente limitato. Dimostrare che esiste una successione $\{x_n\} \subset A$ che converge a $\sup A$.

6) Determinare l'interno, l'esterno, la frontiera e la chiusura degli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| < 3\} \setminus \{0\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : \log(x^2 - 2) > 1\} \cup (-1, 1),$$

$$C = [-1, 1) \cup \{2\}.$$

7) (i) Sia $A \subset \mathbb{R}$ superiormente limitato. Dimostrare che $\sup A \in \partial A$.

(ii) Dimostrare che se $I \subset \mathbb{R}$ non ha punti di frontiera, allora $I = \emptyset$ o $I = \mathbb{R}$.