ESERCIZI DEL TUTORAGGIO DEL 4 APRILE 2012
CANALE DL-PA

GIOVANNI SCILLA

Esercizio 1. Usando il criterio della radice, il criterio del rapporto e il criterio di condensazione di Cauchy, stabilire se le seguenti serie convergono:

(1): $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$;

(2): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

Esercizio 2. Stabilire il carattere delle seguenti serie numeriche:

(1): $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1 + \cos n}{3 + e^{-n}}\right)^{n}$;

(2): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n}}{n^2 + \sqrt{n}}\right)$;

(3): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(n+1)e^{\sin n}}{4n}\right]^{n}$;

(4): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \frac{n+1}{n^3 + n + 3}\right)$;

(5): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n}\right)$.

Esercizio 3. Discutere la convergenza delle seguenti serie al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

(1): $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(n^4 + n^3) - 4 \log n}{n^{\alpha}(\log(n! + n^n))^2}$;

(2): $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n\left(e^{1/n^{5\alpha}} - \cos(1/n^{2\alpha})\right)}{\log((n \log n)^n + n^{n \log n})}, \quad \alpha > 0.$

Esercizio 4. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ convergono le seguenti serie:

(1): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{x}{n}\right)$;

(2): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n \log\left(\frac{n+1}{n}\right), \quad (x > 0)$;

(3): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln nx}{1 + n^2 x^2}, \quad (x > 0)$;

(4): $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Esercizio 5. Stabilire per quali numeri complessi z convergono le serie:

(1): $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$;

(2): $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n! z^n$;

(3): $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$.

Giovanni Scilla: SAPIENZA Università di Roma, Dipartimento di Matematica "G. Castelnuovo", Piazzale A. Moro 2, I-00185 Roma, Italy

E-mail address: `scilla@mat.uniroma1.it`