

**ESERCIZI DEL TUTORAGGIO DEL 20 APRILE 2012
CANALE A-DI**

GIOVANNI SCILLA

Esercizio 1. Stabilire se i seguenti integrali impropri convergono:

(1): $\int_1^{+\infty} \frac{x-1}{x^3 \log x} dx;$

(2): $\int_0^{+\infty} \frac{1+e^{-x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx.$

Esercizio 2. Studiare l'integrabilità delle seguenti funzioni al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

(1): $\frac{(x^2-1)^\alpha}{\log x \sqrt{3-x}}$ in $(1, 3)$;

(2): $\frac{1-e^x(1-x)}{x^\alpha e^x (\log(e^x-1))^2}$ in $(0, +\infty)$.

Esercizio 3. Determinare insieme di definizione, asintoti orizzontali e verticali e intervalli di monotonia delle seguenti funzioni integrali:

(1): $F(x) = \int_0^x \frac{e^t}{t-1} dt;$

(2): $F(x) = \int_0^x \frac{\cos t - 2}{t^3 + 2} dt, \quad x \in [0, +\infty).$

Esercizio 4. Siano assegnati gli insiemi

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x+y| \leq \frac{1}{n} \right\}, n \in \mathbb{N}.$$

- Gli E_n sono compatti?
- Gli E_n sono aperti?
- Determinare $E = \bigcap_{n=1}^{\infty} E_n$ e stabilire se è chiuso.

Esercizio 5. Assegnata la successione

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + x_n - \log x_n \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

stabilire se converge e, se si, calcolarne il limite.

Esercizio 6. Calcolare, se esiste, il limite della seguente successione in \mathbb{R}^2 :

$$\left(n^2 \left(1 - \cos \left(\frac{1}{n} \right) \right) \log \left(1 + \frac{1}{n} \right) e^{1/n}, \frac{1}{n^2} \int_1^n t \arctan t \left(1 - \cos \left(\frac{1}{t} \right) \right) dt \right).$$

GIOVANNI SCILLA: SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA, DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "G. CASTELNUOVO", PIAZZALE A. MORO 2, I-00185 ROMA, ITALY

E-mail address: `scilla@mat.uniroma1.it`