

**ESERCIZI DEL TUTORAGGIO DELL' 11 APRILE 2012
CANALE DL-PA**

GIOVANNI SCILLA

Esercizio 1. Stabilire il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$(1): \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^3) - n^{3/5}}{n^{1/4} \log(n^n + n!)};$$
$$(2): \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n^3 \log n} \right)^{\frac{n}{7}} \sin\left(\frac{2}{n}\right);$$
$$(3): \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) \left(n \tan \frac{1}{n} - 1 \right).$$

Esercizio 2. Discutere la convergenza delle seguenti serie al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$(1): \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^2 + \log n}{n^\alpha \log(n+1)}};$$
$$(2): \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log^2\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)}{\log n \log^2 \log n}.$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti integrali impropri:

$$(1): \int_1^{+\infty} \frac{1}{x(3 + (\log x)^2)} dx;$$
$$(2): \int_1^{+\infty} \frac{dx}{e^x + 3e^{-x}};$$
$$(3): \int_1^{+\infty} \frac{(3 + x^2)(\arctan^2 x - \arctan x)}{x^4} dx;$$
$$(4): \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{|x|}}{x^2 - 2x} dx.$$

Esercizio 4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$

(1): la funzione $\frac{\log(1 + |x|)}{|x|^\alpha}$ è integrabile sull'intervallo $(-\infty, 0)$;

(2): la funzione $\frac{1 - e^x(1 - x)}{x^\alpha e^x (\log(e^x - 1))^2}$ è integrabile sull'intervallo $(0, +\infty)$;

(3): la funzione $\frac{(x^2 - 1)^\alpha}{\log x \sqrt{3 - x}}$ è integrabile sull'intervallo $(1, 3)$.

GIOVANNI SCILLA: SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA, DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "G. CASTELNUOVO", PIAZZALE A. MORO 2, I-00185 ROMA, ITALY
E-mail address: scilla@mat.uniroma1.it