

ESERCIZI ANALISI 1
18-04-2013

(1) Calcolare i seguenti integrali impropri:

a.

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2+5)^3}} dx.$$

b.

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx.$$

c.

$$\int_0^{+\infty} (x^3(8+x^4)^{-5/3} + 2xe^{-x}) dx.$$

d.

$$\int_{1/2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2x}(2x+1)} dx.$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{9x+8}{(x+2)(x^2+1)} dx.$$

(2) Verificare la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarne il valore:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}(x-4)} dx.$$

(3) Calcolare:

$$\int_2^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2+3)^n}} dx$$

per il più piccolo valore di $n \in \mathbb{N}$ per cui l'integrale converge.

(4) a. Determinare tutti i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ per i quali:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^a(4+9x)^{b+1}} dx$$

converge.

b. Calcolare l'integrale del punto (a) per $a = 1/2$ a $b = 0$.

(5) Discutere la convergenza dei seguenti integrali impropri:

a.

$$\int_0^{+\infty} \frac{|x^2 - 2x - 3| - x^2 - 2x - 3}{x^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

b.

$$\int_4^5 \frac{1-3x}{\sqrt{x}-2} dx.$$

(6) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge e calcolarlo per $\alpha = 0$:

$$\int_2^3 \frac{x[\sin(x-2)]^\alpha}{d} x.$$

(7) (a) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge:

$$\int_a^{+\infty} \frac{1}{(x-2)\sqrt{|x-3|}} dx.$$

(b) Calcolare il precedente integrale per $a = 6$.

(8) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x^2+x+1} dx.$$

(9) Discutere la convergenza dei seguenti integrali impropri:

a.

$$\int_0^1 \frac{\log(1+\sqrt{x})}{\sin x} dx.$$

b.

$$\int_3^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3}\sqrt{2x + 3}} dx.$$

(10) Studiare la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2 \log(1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$