

ANALISI VETTORIALE — COMPITO IN CLASSE DEL 29/11/2013

Esercizio 1 Calcolare i seguenti integrali doppi su rettangoli:

$$I_0 = \iint_R \sin(x+y) \, dx \, dy, \quad R = [0, \pi/2] \times [0, \pi];$$

$$I_1 = \iint_R (1 + 4xy) \, dx \, dy, \quad R = [1, 3] \times [0, 1];$$

$$I_2 = \iint_R \frac{xy^2}{x^2 + 1} \, dx \, dy, \quad R = [0, 1] \times [-3, 3];$$

$$I_3 = \iint_R \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \, dx \, dy, \quad R = [1, 4] \times [1, 2];$$

Esercizio 2 Disegnare l'insieme piano

$$S : 3 \leq x \leq 5, \quad \frac{1}{x} \leq y \leq x$$

e calcolare l'integrale doppio

$$I = \iint_S \frac{x^2}{y^2} \, dx \, dy.$$

Esercizio 3 Siano $f(x, y) = (2y + 1) \cos(x + y)$, $D = \{(x, y) \mid -1 \leq y \leq 1, \quad y^2 \leq x \leq 1\}$. Calcolare

$$I = \iint_D f(x, y) \, dx \, dy.$$

Esercizio 4 Sia $D = \{2x^2 \leq y \leq x^2 + 1\}$:

(i) disegnare D e calcolarne l'area $A(D)$,

(ii) calcolare le coordinate del baricentro

$$x_G = \frac{1}{A(D)} \iint_D x \, dx \, dy, \quad y_G = \frac{1}{A(D)} \iint_D y \, dx \, dy,$$

(iii) calcolare il momento d'inerzia rispetto all'asse y

$$I = \iint_D x^2 \, dx \, dy.$$

Esercizio 5 Calcolare

$$I = \iint_D xy \, dx \, dy$$

dove D è il dominio compreso tra le curve $x - y - 1 = 0$ e $2x - y^2 + 6 = 0$.

Esercizio 6 Calcolare

$$I = \iint_T \sin y^2 \, dx \, dy$$

dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$ e $(1, 1)$.