

ANALISI VETTORIALE — COMPITO PER CASA DEL 6/12/2013

Esercizio 1 Calcolare l'integrale

$$\iint_S 2y\sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$$

dove S è l'intersezione del cerchio del piano di centro l'origine e raggio 1 con il semipiano dato da $y \leq -x$.

Esercizio 2 Dato $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, x \geq 0\}$, calcolare l'integrale

$$\iint_S xye^{x^2} \, dx dy.$$

Esercizio 3 Dato $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x + y \leq 2, 0 \leq x - y \leq 4\}$, calcolare l'integrale

$$\iint_S \frac{x - 2y}{(x + y)^2} \, dx dy.$$

Esercizio 4 Calcolare l'area e il baricentro dell'insieme $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 2x^2, x \leq y \leq 4x\}$.

Esercizio 5 Sia E l'insieme del piano (x, y) determinato dalle disuguaglianze

$$x^2 \leq y \leq 2x^2, \quad y^2 \leq x \leq 2y^2.$$

Calcolare, servendosi di un opportuno cambiamento di coordinate, l'integrale doppio

$$\iint_E \frac{e^{y/x^2}}{x^2 y^2} \, dx dy.$$

Esercizio 6 Sia E l'insieme del piano (x, y) delimitato dalle seguenti quattro rette

$$y = x, \quad y = 2x, \quad y + x = 2, \quad y + 2x = 2.$$

Calcolare, servendosi di un opportuno cambiamento di coordinate, l'integrale doppio

$$\iint_E \frac{\log(x)}{y^3} \, dx dy.$$

Esercizio 7 Sia E l'insieme del piano (x, y) delimitato dalle seguenti quattro curve

$$y + 2x = 0, \quad y + 2x = 1, \quad y - x^2 = 0, \quad y - x^2 = 1.$$

Calcolare, servendosi di un opportuno cambiamento di coordinate, l'integrale doppio

$$\iint_E (x + y) \, dx dy.$$