

## ANALISI VETTORIALE — ESERCIZI SU EQUADIFF

**Esercizio 1** Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = y(y - 1)t$$

e determinare quali soluzioni sono definite su tutto  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2** Risolvere il problema di Cauchy

$$y' = t \tan y, \quad y(0) = \pi/4.$$

determinando l'intervallo di definizione della soluzione.

**Esercizio 3** Trovare le soluzioni non identicamente nulle dell'equazione differenziale

$$y' = e^t \cos^2(y)$$

determinando i loro intervalli di definizione.

**Esercizio 4** Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = \frac{(1 + t^2)(1 - y^2)}{ty}.$$

**Esercizio 5** Controllare se la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3y^4(6t + e^t) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

è definita su tutto  $\mathbb{R}$  oppure no.

**Esercizio 6** Dato un arbitrario  $y_0 \in \mathbb{R}$ , dimostrare che il problema di Cauchy

$$y' = x|y|, \quad y(0) = y_0$$

ammette un'unica soluzione, e calcolarla.

**Esercizio 7** Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{xt \cos t - x}{t} \\ x(\pi) = 2 \end{cases}$$

**Esercizio 8** Trovare la soluzione dell'equazione

$$y'' \cos t + 2y' \sin t = 2\sqrt{y'}, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2},$$

che verifica  $y(0) = y'(0) = 1$ .

**Esercizio 9** Risolvere l'equazione

$$\frac{y}{t} dt + (y - \log t) dy = 0.$$

**Esercizio 10** Calcolare la soluzione  $(y(t), w(t))$  del sistema

$$y' = w^2 \sin y, \quad w' = w^3$$

tale che  $(y(1), w(1)) = (\pi/2, 1)$ .