CORSO DI CALCOLO DELLE PROBABILITÀ (1^o modulo)
- RIFORMULAZIONE in termini di VARIABILI ALEATORIE
DELLA PROVA in ITINERE di RECUPERO del 21/11/2002
- Laurea Quadriennale in Matematica - (Prof. Nappo)

Scrivere su ogni foglio NOME e COGNOME. Le risposte devono essere giustificate sui fogli protocollo e riportate nel foglio RISPOSTE.

ESERCIZIO 1. Due amici Alberto e Bruno sparano contemporaneamente ad un bersaglio. Alberto colpisce il bersaglio il 70% delle volte, mentre Bruno lo colpisce il 90%. Si supponga che gli eventi A ={*Alberto colpisce il bersaglio*} e B ={*Bruno colpisce il bersaglio*} siano indipendenti.
Sia X la variable aleatoria che conta il numero di volte che Alberto colpisce il bersaglio ed Y la variable aleatoria che conta il numero di volte che Bruno colpisce il bersaglio
a) Posto $Z = X + Y$ calcolare la densità discreta della variabile aleatoria Z
b) Sapendo che $Z = 1$, calcolare la probabilità che $X = 1$.

ESERCIZIO 2. Un sacchetto contiene 4 palline rosse e 6 verdi. Si procede a due turni di estrazioni. (LE PALLINE ESTRATTE NON SONO MAI REINSERITE)
Nel primo turno si estraggono 2 palline **senza reinserimento**. Nel secondo turno si estraggono altre 2 palline **senza reinserimento**.
Si ponga X=*numero di palline rosse estratte nel primo turno* ed Y=*numero di palline rosse estratte nel secondo turno.*

a1) Calcolare la densità discreta di X. (**N.B.** si intende rispetto alla probabilità a priori, cioè prima di effettuare qualsiasi estrazione)
a2) (**facoltativo**)Calcolare la densità discreta di Y. (**N.B.** si intende rispetto alla probabilità a priori, cioè prima di effettuare qualsiasi estrazione)

b1) Calcolare
$\mathbb{P}(Y = 1|X = 0)$ e $\mathbb{P}(Y = 1, X = 0)$,
$\mathbb{P}(Y = 2|X = 0)$ e $\mathbb{P}(Y = 2, X = 0)$,
$\mathbb{P}(Y = 2|X = 1)$ e $\mathbb{P}(Y = 2, X = 1)$.

Si ponga E l'evento $\{Y > X\}$.

b2) Esprimere l'evento E in termini degli eventi $\{X = k\}$ e $\{Y = l\}$, e calcolare $\mathbb{P}(E)$.

c) Calcolare $\mathbb{P}(X = k|Y > X)$, per $k = 0, 1, 2$, ovvero **la densità discreta di** X **condizionata all'evento** $E = \{Y > X\}$.

IN ALTERNATIVA (se non si sa rispondere alla precedente domanda)
c′) Calcolare **la densità discreta di** X **condizionata ad** $Y = 2$, ovvero $\mathbb{P}(X = k|Y = 2)$, per $k = 0, 1, 2$.

CORSO DI CALCOLO DELLE PROBABILITÀ (1^o modulo)
- **FOGLIO RISPOSTE** - PROVA in ITINERE di RECUPERO del 21/11/2002
- Laurea Quadriennale in Matematica - (Prof. Nappo)
NOME.. COGNOME...

ESERCIZIO 1.

a)
....
....
....
....

b)
....
....
....

ESERCIZIO 2.

a1)
....
....
....
....

a2)
....
....
....
....

b1)
....
....
....
....
....
....
....

b2)
....
....
....
....
....

c) ☐ IN ALTERNATIVA **c′)** ☐
....
....
....
....
....
....

CORSO DI CALCOLO DELLE PROBABILITÀ (1^o modulo)
- SOLUZIONE della RIFORMULAZIONE
della PROVA in ITINERE di RECUPERO del 21/11/2002
- Laurea Quadriennale in Matematica - (Prof. Nappo)

ESERCIZIO 1. *Due amici Alberto e Bruno sparano contemporaneamente ad un bersaglio. Alberto colpisce il bersaglio il 70% delle volte, mentre Bruno lo colpisce il 90%. Si supponga che gli eventi* $A=$\{Alberto colpisce il bersaglio\} *e* $B=$\{Bruno colpisce il bersaglio\} *siano indipendenti.*
Sia X la variable aleatoria che conta il numero di volte che Alberto colpisce il bersaglio ed Y la variable aleatoria che conta il numero di volte che Bruno colpisce il bersaglio
a) *Posto $Z = X + Y$ calcolare la densità discreta della variabile aleatoria Z*

Dai dati del problema si sa che $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(X = 1) = \frac{7}{10}$ e $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(Y = 1) = \frac{9}{10}$. Poiché gli eventi A e B sono indipendenti si ha che

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X=1,Y=1) &= \mathbb{P}(A\cap B)=\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)=\mathbb{P}(X=1)\mathbb{P}(Y=1)=\frac{7}{10}\frac{9}{10}=\frac{63}{100}\\
\mathbb{P}(X=1,Y=0) &= \mathbb{P}(A\cap B^c)=\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B^c)=\mathbb{P}(X=1)\mathbb{P}(Y=0)=\frac{7}{10}\frac{1}{10}=\frac{7}{100}\\
\mathbb{P}(X=0,Y=1) &= \mathbb{P}(A^c\cap B)=\mathbb{P}(A^c)\mathbb{P}(B)=\mathbb{P}(X=0)\mathbb{P}(Y=1)=\frac{3}{10}\frac{9}{10}=\frac{27}{100}\\
\mathbb{P}(X=0,Y=0) &= \mathbb{P}(A^c\cap B^c)=\mathbb{P}(A^c)\mathbb{P}(B^c)=\mathbb{P}(X=0)\mathbb{P}(Y=0)=\frac{3}{10}\frac{1}{10}=\frac{3}{100},
\end{aligned}$$

e quindi le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.
Inoltre, in generale

$$\{Z=z\}=\bigcup_{(x,y)\in\mathcal{I}m(X,Y)}\{X=x,Y=y\}=\bigcup_{x\in\mathcal{I}m(X);z-x\in\mathcal{I}m(Y)}\{X=x,Y=z-x\},$$

e quindi

$$p_Z(z)=\mathbb{P}(\{Z=z\})=\sum_{x:p_{X,Y}(x,z-x)>0}\mathbb{P}(\{X=x,Y=z-x\})=\sum_{x:p_{X,Y}(x,z-x)>0}p_{X,Y}(x,z-x).$$

Nel nostro caso la variabile aleatoria Z puo' assumere solo i valori $0,1,2$ e si ha

$$\begin{aligned}
&\{Z=2\}=A\cap B=\{X=1,Y=1\},\\
&\{Z=1\}=(A\cap B^c)\cup(A^c\cap B)=\{X=1,Y=0\}\cup\{X=0,Y=1\},\\
&\{Z=0\}=A^c\cap B^c=\{X=0,Y=0\}
\end{aligned}$$

e quindi

$$\begin{aligned}
&p_Z(2)=\mathbb{P}(Z=2)=\mathbb{P}(X=1,Y=1)=\frac{63}{100},\\
&p_Z(1)=\mathbb{P}(Z=1)=\mathbb{P}(\{X=1,Y=0\}\cup\{X=0,Y=1\})\\
&\qquad\qquad=\mathbb{P}(X=1,Y=0)+\mathbb{P}(X=0,Y=10)=\frac{7}{100}+\frac{27}{100}=\frac{34}{100},\\
&p_Z(0)=\mathbb{P}(Z=0)=\mathbb{P}(A^c\cap B^c)=\mathbb{P}(X=0,Y=0)=\frac{3}{100}
\end{aligned}$$

Alternativamente, tenendo conto che $\{Z=0\}=(\{Z=1\}\cup\{Z=2\})^c$ si poteva anche calcolare

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(Z=0) &= \mathbb{P}((\{Z=1\}\cup\{Z=2\})^c)=1-\mathbb{P}(\{Z=1\}\cup\{Z=2\})\\
&= 1-\big(\mathbb{P}(Z=1)+\mathbb{P}(Z=2)\big)=1-\big(\frac{63}{100}+\frac{27}{100}\big)=\frac{3}{100}
\end{aligned}$$

b) ***Sapendo che*** *$Z = 1$, calcolare la probabilità che $X = 1$.*

Si tratta di calcolare $\mathbb{P}(A|F) = \frac{\mathbb{P}(A\cap F)}{\mathbb{P}(F)}$, dove

$$F = \{X + Y = 1\} = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{X = 1, Y = 0) \cup \{X = 0 \cap Y = 1\}.$$

Si ha che $A \cap F = \{X = 1\} \cap \{X + Y = 1\} = \{X = 1\} \cap \{Y = 0\}$ e quindi

$$\mathbb{P}(X = 1|X + Y = 1) = \frac{\mathbb{P}(X = 1, Y = 0)}{\mathbb{P}(X = 1, Y = 0) + \mathbb{P}(X = 0, Y = 1)} = \frac{\frac{7}{100}}{\frac{7}{100} + \frac{27}{100}} = \frac{7}{34}$$

ESERCIZIO 2. *Un sacchetto contiene 4 palline rosse e 6 verdi. Si procede a due turni di estrazioni. (LE PALLINE ESTRATTE NON SONO MAI REINSERITE)*
Nel primo turno si estraggono 2 palline ***senza reinserimento****. Nel secondo turno si estraggono altre 2 palline* ***senza reinserimento****.*
*Si ponga X=*numero di palline estratte nel primo turno *ed Y=*numero di palline estratte nel secondo turno.

a1) *Calcolare la densità discreta di X. (****N.B.*** *si intende rispetto alla probabilità a priori, cioè prima di effettuare qualsiasi estrazione)*

Trattandosi di 2 estrazioni senza rimbussolamento, da un'urna che contiene 4 palline rosse e 6 verdi, si ha che X è una variabile aleatoria ipergeometrica con

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\binom{4}{k}\binom{6}{2-k}}{\binom{10}{2}}, \qquad \text{per } \begin{cases} 0 \leq k \leq 4 \\ 0 \leq 2 - k \leq 6 \end{cases} \qquad \text{ossia per } 0 \leq k \leq 2$$

o più esplicitamente

$$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{\binom{4}{0}\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1\cdot 15}{45} = \frac{1}{3};$$
$$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{4\cdot 6}{45} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15};$$
$$\mathbb{P}(X = 2) = \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{6\cdot 1}{45} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}.$$

a2) *(****facoltativo****)Calcolare la densità discreta di Y. (****N.B.*** *si intende rispetto alla probabilità a priori, cioè prima di effettuare qualsiasi estrazione)*

Poiché si tratta delle probabilità a priori, e poiché per ogni l l'evento $Y = l$ è dello stesso tipo dell'evento $X = l$, ma relativo alla terza pallina estratta e alla quarta pallina estratta, invece che alla prima e alla seconda, deve essere

$$\mathbb{P}(Y = l) = \mathbb{P}(X = l) \qquad \text{per ogni } l = 0, 1, 2.$$

Alternativamente si poteva calcolare direttamente

$$\mathbb{P}(Y = l) = \sum_{k=0}^{2} \mathbb{P}(X = k)\mathbb{P}(Y = l|X = k)$$

dove

$$\mathbb{P}(Y = l|X = k) = \frac{\binom{4-k}{l}\binom{6-(2-k)}{2-l}}{\binom{8}{2}} = \frac{\binom{4-k}{l}\binom{4+k}{2-l}}{\binom{8}{2}}, \qquad \text{per } \begin{cases} 0 \leq l \leq 4 - k \\ 0 \leq 2 - l \leq 4 + k \end{cases} \qquad \text{ossia per } 0 \leq l \leq 2$$

in quanto dopo il primo turno di estrazioni sono rimaste nell'urna 8 palline, e se sappiamo che si è verificato $X = k$, cioè se sappiamo che nel primo turno ne sono state estratte k rosse, allora nell'urna sono rimaste $4 - k$ palline rosse e (quindi) $4 + k$ verdi.

$$\mathbb{P}(Y = l) = \sum_{k=0}^{2} \frac{\binom{4}{k}\binom{6}{2-k}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4-k}{l}\binom{4+k}{2-l}}{\binom{8}{2}},$$

ovvero

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(Y = l) &= \frac{\binom{4}{0}\binom{6}{2-0}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4-0}{l}\binom{4+0}{2-l}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{2-1}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4-1}{l}\binom{4+1}{2-l}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{2-2}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4-2}{l}\binom{4+2}{2-l}}{\binom{8}{2}}, \\
&= \frac{\binom{4}{0}\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4}{l}\binom{4}{2-l}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{3}{l}\binom{5}{2-l}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{0}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{2}{l}\binom{6}{2-l}}{\binom{8}{2}}. \\
\mathbb{P}(Y = 0) &= \frac{\binom{4}{0}\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4}{0}\binom{4}{2}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{3}{0}\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{0}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{2}{0}\binom{6}{2}}{\binom{8}{2}} \\
&= \frac{1}{\binom{10}{2}\binom{8}{2}} \big(1 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 10 + 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 15\big) \\
&= \frac{1}{45 \cdot 28} 6\big(15 + 40 + 15\big) = \frac{1}{3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 7} 3 \cdot 2 \cdot 70 = \frac{1}{3}. \\
\mathbb{P}(Y = 1) &= \frac{\binom{4}{0}\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{3}{1}\binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{0}}{\binom{10}{2}} \frac{\binom{2}{1}\binom{6}{1}}{\binom{8}{2}} \\
&= \frac{1}{45 \cdot 28} \big(1 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 4 + 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 + 6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6\big) \\
&= \frac{1}{45 \cdot 28} 3 \cdot 2^3 \big(5 \cdot 2 + 3 \cdot 5 + 3\big) = \frac{1}{45 \cdot 28} 3 \cdot 2^3 \cdot 28 = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}.
\end{aligned}$$

Di conseguenza

$$\mathbb{P}(Y = 2) = 1 - \big[\mathbb{P}(Y = 0) + \mathbb{P}(Y = 1)\big] = 1 - \frac{5 + 8}{15} = \frac{2}{15}.$$

b1) *Calcolare*
$\mathbb{P}(Y = 1|X = 0)$ e $\mathbb{P}(Y = 1, X = 0)$,
$\mathbb{P}(Y = 2|X = 0)$ e $\mathbb{P}(Y = 2, X = 0)$,
$\mathbb{P}(Y = 2|X = 1)$ e $\mathbb{P}(Y = 2, X = 1)$.

Analogamente al punto precedente

$\mathbb{P}(Y = 1|X = 0) = \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{4 \cdot 4}{28} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$
$\mathbb{P}(Y = 1, X = 0) = \mathbb{P}(\{Y = 1\} \cap \{X = 0\}) = \mathbb{P}(X = 0)\mathbb{P}(Y = 1|X = 0) = \frac{15}{45}\frac{16}{28} = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{4}{21}$,

$\mathbb{P}(Y = 2|X = 0) = \frac{\binom{4}{2}\binom{4}{0}}{\binom{8}{2}} = \frac{6 \cdot 1}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$
$\mathbb{P}(Y = 2, X = 0) = \mathbb{P}(\{Y = 2\} \cap \{X = 0\})\mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(Y = 2|X = 0) = \frac{15}{45}\frac{6}{28} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1}{14}$,

$\mathbb{P}(Y = 2|X = 1) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{0}}{\binom{8}{2}} = \frac{3 \cdot 1}{28} = \frac{3}{28}$
$\mathbb{P}(Y = 2, X = 1) = \mathbb{P}(\{Y = 2\} \cap \{X = 1\}) = \mathbb{P}(X = 1)\mathbb{P}(Y = 2|X = 1) = \frac{24}{45}\frac{3}{28}\frac{2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{2}{35}$.

Si ponga E l'evento $\{Y > X\}$.

b2) *Esprimere l'evento E in termini degli eventi $\{X = k\}$ e $\{Y = l\}$, e calcolare $\mathbb{P}(E)$.*
L'evento

$$E = \{Y > X\} = \{Y = 1, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 1\}$$

in quanto si verifica solo se al primo turno si estraggono tutte palline verdi e al secondo turno si estraggono 1 pallina rossa oppure 2 palline rosse o ancora se al primo turno si estrae 1 pallina rossa e al secondo turno se ne estraggono 2. Di conseguenza

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(E) &= \mathbb{P}(Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 1)\\ &= \frac{15}{45}\frac{16}{28} + \frac{15}{45}\frac{6}{28} + \frac{24}{45}\frac{3}{28} = \frac{1}{45 \cdot 28}\big(15 \cdot 16 + 15 \cdot 6 + 24 \cdot 3\big)\\ &= \frac{1}{45 \cdot 28}\big(15 \cdot 22 + 72\big) = \frac{330 + 72}{3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 7}\\ &= \frac{402}{3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 67}{3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 7} = \frac{67}{210}\end{aligned}$$

c) *Calcolare $\mathbb{P}(X = k|Y > X)$, per $k = 0, 1, 2$, ovvero* ***la densità discreta di X condizionata all'evento*** *$E = \{Y > X\}$.*

Si ha ovviamente che $\mathbb{P}(X = k|Y > X) = \mathbb{P}(X = k|E) = \frac{\mathbb{P}(\{X=k\}\cap E)}{\mathbb{P}(E)}$, e quindi

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X = 0|Y > X) &= \frac{\mathbb{P}(\{X = 0\} \cap [\{Y = 1, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 1\}])}{\mathbb{P}(Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 1)}\\ &= \frac{\mathbb{P}(\{Y = 1, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 0\})}{\mathbb{P}(Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 1)}\\ &= \frac{\mathbb{P}((Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0)}{\mathbb{P}(Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 1)}\\ &= \frac{\frac{15}{45}\frac{16}{28} + \frac{15}{45}\frac{6}{28}}{\frac{15}{45}\frac{16}{28} + \frac{15}{45}\frac{6}{28} + \frac{24}{45}\frac{3}{28}} = \frac{15 \cdot 16 + 15 \cdot 6}{15 \cdot 16 + 15 \cdot 6 + 24 \cdot 3} = \frac{330}{330 + 72} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 67} = \frac{55}{67};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X = 1|Y > X) &= \frac{\mathbb{P}(X = 1 \cap [\{Y = 1, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 0\} \cup \{Y = 2, X = 1\}])}{\mathbb{P}(Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 1)}\\ &= \frac{\mathbb{P}(Y = 2, X = 1))}{\mathbb{P}(Y = 1, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 0) + \mathbb{P}(Y = 2, X = 1)}\\ &= \frac{\frac{24}{45}\frac{3}{28}}{\frac{15}{45}\frac{16}{28} + \frac{15}{45}\frac{6}{28} + \frac{24}{45}\frac{3}{28}} = \frac{24 \cdot 3}{15 \cdot 16 + 15 \cdot 6 + 24 \cdot 3} = \frac{72}{330 + 72} = \frac{2^3 \cdot 3^2}{2 \cdot 3 \cdot 67} = \frac{12}{67};\end{aligned}$$

Come del resto si poteva dedurre subito considerando che infine deve essere

$$\mathbb{P}(X = 2|Y > X) = 0\Big(= \frac{\mathbb{P}(\{X = 2\} \cap \{Y > X\})}{\mathbb{P}(Y > X)}\Big),$$

in quanto, $\{X = 2\} \cap \{Y > X\} = \{X = 2\} \cap \{Y > 2\} = \emptyset$, e quindi

$$\mathbb{P}(X = 1|Y > X) = 1 - \mathbb{P}(X = 0|Y > X) = 1 - \frac{55}{67} = \frac{12}{67}.$$

IN ALTERNATIVA (se non si sa rispondere alla precedente domanda)
c′) *Calcolare* **la densità discreta di** X **condizionata ad** $Y = 2$*, ovvero* $\mathbb{P}(X = k|Y = 2)$*, per* $k = 0, 1, 2$.
Si tratta di calcolare

$$\mathbb{P}(X = k|Y = 2) = \frac{\mathbb{P}(X = k)\mathbb{P}(Y = 2|X = k)}{\mathbb{P}(Y = 2)}$$

utilizzando le espressioni delle probabilità $\mathbb{P}(X = k)$ e $\mathbb{P}(Y = 2|X = k)$ coinvolte, e la cui espressione è stata calcolata nei punti precedenti (punti **a1)** e **a2)**).
Effettuati i conti si ha che

$$\mathbb{P}(X = 0|Y = 2) = \frac{\mathbb{P}(X = 0)\mathbb{P}(Y = 2|X = 0)}{\mathbb{P}(Y = 2)} = \frac{15}{28}$$
$$\mathbb{P}(X = 1|Y = 2) = \frac{\mathbb{P}(X = 1)\mathbb{P}(Y = 2|X = 1)}{\mathbb{P}(Y = 2)} = \frac{12}{28}$$
$$\mathbb{P}(X = 2|Y = 2) = \frac{\mathbb{P}(X = 2)\mathbb{P}(Y = 2|X = 2)}{\mathbb{P}(Y = 2)} = \frac{1}{28}.$$

È interessante notare che ci si poteva aspettare questo risultato in quanto, per motivi di simmetria (scambiando il ruolo della prima e della seconda pallina estratta con quello della terza e della quarta pallina estratta il risultato non cambia) deve essere

$$\mathbb{P}(X = k|Y = 2) = \mathbb{P}(Y = k|X = 2) = \frac{\binom{2}{k}\binom{6}{2-k}}{\binom{8}{2}} = \frac{\binom{2}{k}\binom{6}{2-k}}{\binom{8}{2}} = \begin{cases} \frac{1\cdot 15}{28} = \frac{15}{28} & \text{se } k = 0, \\ \frac{2\cdot 6}{28} = \frac{12}{28} & \text{se } k = 1, \\ \frac{1\cdot 1}{28} = \frac{1}{28} & \text{se } k = 2. \end{cases}$$