PROGRAMMA DEL CORSO DI

CALCOLO DELLE PROBABILITA' (MODULO UNICO)

docente: Giovanna Nappo, (ufficio n.18, tel. 49913262, e-mail: nappo@mat.uniroma1.it)
periodo: II Semestre , A. A. 2000/01

Prerequisiti: Nozioni di base di Analisi Matematica e Teoria degli insiemi.

Obiettivi : Acquisizione delle nozioni di base di Probabilita'. Con particolare attenzione all'uso della formula di Bayes. Studio di alcuni modelli probabilistici. Descrizione e trasformazioni di variabili aleatorie discrete. Acquisizione dei risultati fondamentali del Calcolo delle Probabilita': Legge dei Grandi Numeri, Teorema di Poisson e applicazione del Teorema Centrale del Limite (di De Moivre-Laplace).

TESTI CONSIGLIATI:

TEORIA:

- G. Dall'Aglio- Calcolo delle Probabilita' (II edizione) Zanichelli,2000.
- P. Baldi, Calcolo delle Probabilita' e Statistica, (II edizione) Mc Graw Hill.

ESERCIZI:

A. Frigessi, Calcolo delle Probabilita', (serie Tutor), ETAS libri 1994.

M. Cerasoli, Problemi risolti di Calcolo delle Probabilita',Casa Ed.Ambrosiana, Milano, 1992.

ALTRI TESTI CONSIGLIATI:

B. De Finetti, Teoria delle Probabilita', Einaudi, 1970; (II volume)

W. Feller, An introduction to probability theory and its applications (Vol 1 e 2), Wiley & Sons, 1970

Sono disponibili alcuni APPUNTI, che pero' non coprono interamente il programma, e testi di ESERCIZI e di ESERCIZI d'ESAME.

Programma:

A. **INTRODUZIONE**:

1. Cenni storici, fenomeni aleatori, grandezze aleatorie, interpretazione delle operazioni booleane su eventi, probabilita' di eventi (cenni sulle diverse interpretazioni).

2. Probabilita' classica e calcolo combinatorio: Permutazioni, Disposizioni e Combinazioni

B. **SPAZI DI PROBABILITA'**: 1. Proprieta' assiomatiche delle probabilita', algebre e sigma-algebre di eventi, spazi di probabilita' e conseguenze immediate degli assiomi.

2. Formula di inclusione ed esclusione (o di Poincare').

3. Modelli di estrazione casuale da urna con e senza reimbussolamento, con palline di due o piu' colori.

C. **PROBABILITA' CONDIZIONATE**:

1. Definizione di Probabilita' condizionata P(A—H) con P(H)¿0.

2. Conseguenze immediate della definizione: formula delle probabilita' composte, formula delle probabilita' totali, formula di Bayes.

3. La probabilita' condizionata come probabilita'.

D. **INDIPENDENZA di EVENTI**: 1. Definizione di famiglia di eventi (globalmente) indipendenti e definizione di eventi indipendenti a due a due.

2. Relazione con le probabilita' condizionate.

E. **VARIABILI ALEATORIE DISCRETE**:

1. Variabili aleatorie(v.a)discrete e densita' discreta (o distribuzione o legge)).

2. Valore Atteso (o Valore Medio o Speranza Matematica). Momenti e Varianza.

3. Famiglie notevoli di variabili aleatorie discrete: Binomiali, Ipergeomentriche, di Poisson, Geometriche (proprieta' di mancanza di memoria), di Pascal (o Binomiale negativa), Uniformi.

F. **VARIABILI ALEATORIE MULTIVARIATE (o vettori aleatori)**.

1. Distribuzione congiunta e Distribuzioni marginali.

2. Caso discreto: densita' congiunta discreta, marginale e condizionata.

3. Aspettazione condizionata (rispetto alla probabilita' condizionata) e Formula del valore atteso della aspettazione condizionata.

4. Distribuzione Multinomiale

5. Indipendenza stocastica per variabili aleatorie: definizione e caratterizzazioni nel caso discreto.

G. **TRASFORMAZIONI DI VARIABILI ALEATORIE**:

1. Legge (o distribuzione) di una trasformazione di una variabile aleatoria discreta

2. Conseguenze: Valore atteso di una trasformazione di una v.a., Proprieta' di Linearita' e Monotonia del Valore Atteso.

3. Covarianza, Varianza della somma di v.a. Indipendenza e non correlazione.

4. Distribuzione della somma di variabili aleatorie

H. **CONVERGENZA**:

1. Disuguaglianza di Chebishev e Legge debole dei grandi numeri.

2. Approssimazione di Poisson. Approssimazione binomiale per l'estrazione in blocco.

3. Teorema Centrale del Limite (forma locale e forma integrale) di De Moivre-Laplace.

4. Approssimazione normale per il numero di successi in prove ripetute (schema di Bernoulli).

5. Relazione tra Legge dei Grandi Numeri e Teorema Centrale del Limite

RIFERIMENTI DETTAGLIATI

Dall'Aglio:

Cap. I : tutto, TRANNE

nel paragrafo I.9, le definizioni di liminf e limsup e gli Esempi I.9.3. I.9.4 e I.9.5 nel paragrafo I.10, l'Osservazione I.1o.1

Cap. II : tutto, TRANNE

l'assioma 5, il Teorema II.3.2, il Teorema II.3.3 (il cui enunciato va preso come assioma) l'Esempio II.3.1 l'Esempio II.3.2 l'Osservazione II.3.2 l'Esempio II.4.5 il Teorema II.6.3 l'Esempio II.7.3

Va segnalato che tutti gli esempi (esclusi quelli citati sopra) del capitolo II possono essere letti e compresi. Tuttavia l'Esempio II.4.4 (Concordanze) NON e' stato svolto a lezione e NON fa parte del programma. Mentre vanno segnalati in modo particolare (e SONO stati svolti gli ARGOMENTI contenuti in) Osservazione II.5.1 (estrazione in blocco e senza ripetizione) Osservazione II.5.2 (Assiomatizzazione della probabilita' condizionata) Esempio II.7.4 (distribuzione Binomiale) ATTENZIONE nel libro di Dall'Aglio Bin(n,p) e' sinonimo di Bernoulli di parametri n e p mentre in altri testi (ad esempio Baldi) Bernoulli significa Bin(1,p) cioe' la distribuzione di Bernoulli e' la distribuzione della funzione indicatrice di un evento

Esempio II.7.5 (distribuzione di Poisson) Esempio II.7.6 (distribuzione ipergeometrica o estrazione in blocco) Esempio II.7.13 (distribuzione multinomiale)

Cap. III

Sono state svolte solo le parti relative alle variabili aleatorie discrete.

Si consiglia la lettura di

III.1 (senza soffermarsi sulle nozioni di misurabilita' e di classi di Borel)

III.2 : seconda meta' di pagina 88, Esempio III.2.2 Esempio III.2.3 (distribuzione geometrica) Esempio III.2.4 (ritardi del lotto) Esempi III.2.5, III.2.6, III.2.7

III.3 : Definizione di indipendenza (22) La condizione necessaria e sufficiente (24) La definizioen di densita' discreta condizionata (25) Esempio III.3.1 Esempio III.3.3 Distribuzione della somma per v.a.indipendenti (32) Esempio III.3.5 Esempio III.3.6 (fino alla formula (33)) Esempio III.4.7 (somma di due Binomiali Indipendenti) Esempio III.4.14 (solo i casi (b) geometrica ed (e) Poisson)

Cap IV

IV.1 : saltare i riferimewnti alle v.a. ass. cont. Esempio IV.1.3 (strategia del raddoppio) NON svolto, ma se ne consiglia la lettura Esempio IV.1.4 (impossibilita' dei sistemi) NON svolto, ma se ne consiglia la lettura IV.2 : non e' in programma, ma se ne consiglia la lettura IV.3 : saltare i riferimewnti alle v.a. ass. cont. e gli esempi TRANNE Esempio IV.3.5 (calcolo di valori attesi e varianze di Geometrica, Binomiale, Poisson, Ipergeometrica) si segnala che la dimostrazione della disuguaglianza di Cebicev (o meglio Chebyshev) va adattata al caso discreto

IV.4 : Definizione di v.a. correlate ma il coefficiente di correlazione (non e' in programma) saltare tutti gli esempi, Definizioni di distribuzione condizionata e di media condizionata (31) nel caso discreto.

IV.5 : saltare tutto TRANNE Esempio IV.5.7 : distribuzione binomiale negativa (42), o di Pascal (41)

Cap. V

V.1 : Esempio V.1.8 (approssimazione binomiale per l'estrazione in blocco)

V.2 : Definizione di convergenza in probabilita' (9)

V.3 : saltare tutto

V.4 : tutto, saltando le funzioni generatrici, senza dimostrazioni in particolare vedere gli enunciati di Teorema V.4.2 (di Bernoulli) Teorema V.4.3 (di Poisson) (Dimostrare direttamente che Pr(S(n)=k) converge alla densita' di una v.a. di Poisson se n tende ad infinito e p(n) a zero, con np(n) costante)

V.5 : Teorema V.5.2 (Legge dei grandi numeri, di Cebicev)

V.6 : pur NON essendo in programma, si segnalano gli esempi Esempio V.6.1 (passeggiata aleatoria semplice) Esempio V.6.2 (rovina del giocatore)