Esercizi di IGS (Prof. O'Grady) per il 19/12/2018

Esercizio 1. Siano

Verificate che l'applicazione razionale di Cremona

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{P}^2 & \dashrightarrow & \mathbb{P}^2 \\ [Z_0, Z_1, Z_2] & \mapsto & [Z_1 Z_2, Z_0 Z_2, Z_0 Z_1] \end{array}$$

è birazionale.

Esercizio 2. Siano $\mathrm{M}_n(\mathbb{C})$ lo spazio vettoriale complesso delle matric $n \times n$ a entrate complesse, e

$$U_n := \{A \in \mathrm{M}_n(\mathbb{C}) \mid \mathrm{Det}(1_n - A) \neq 0\},$$

dove $1_n \in \mathrm{M}_n(\mathbb{C})$ è la matrice unità. L'applicazione di Cayley è data da

$$\begin{array}{ccc} U_n & \xrightarrow{\phi} & \mathrm{M}_n(\mathbb{C}) \\ A & \mapsto & (1_n + A) \cdot (1_n - A)^{-1} \end{array} \tag{1}$$

Siano $\mathfrak{go}_n(\mathbb{C}) \subset \mathrm{M}_n(\mathbb{C})$ il sottospazio delle matrici antisimmetriche, e $SO_n(\mathbb{C}) \subset \mathrm{M}_n(\mathbb{C})$ il gruppo delle matrici ortogonali di determinante 1. Dimostrate che

1. $SO_n(\mathbb{C})$ è irriducible.
2. La restrizione di ϕ a $\mathfrak{go}_n(\mathbb{C})$ definisce un'applicazione birazionale $\mathfrak{go}_n(\mathbb{C}) \dashrightarrow SO_n(\mathbb{C})$.