

Geometria Algebrica, a. a. 2018-19

PROF. K. O'GRADY

Diario delle lezioni

7 giugno 2019

Settimana 1.

(27/2/2019) Topologia di Zariski.

(1/3/2019) Decomposizione in irriducibili. Applicazioni regolari. Varietà affini. Varietà di Veronese. Aperti affini principali.

Settimana 2.

(6/3/2019) Il prodotto nella categoria delle varietà quasi proiettive.

(8/3/2019) Teoria dell'eliminazione. Grassmanniane.

Settimana 3.

(13/3/2019) Applicazioni razionali. Il campo delle funzioni razionali. Campi che sono finitamente generati su $\mathbb{C}$ e varietà quasi proiettive irriducibili: equivalenza di categorie. Dimensione di una varietà quasi proiettiva.

(15/3/2019) La varietà dei sottospazi lineari di un chiuso in uno spazio proiettivo, prima parte.

Settimana 4.

(20/3/2019) La varietà dei sottospazi lineari di un chiuso in uno spazio proiettivo, prima parte.

Settimana 5.

(27/3/2019) La varietà dei sottospazi lineari di un chiuso in uno spazio proiettivo, seconda parte. Grado di un'applicazione razionale tra varietà irriducibili; relazione con la cardinalità delle fibre.

(29/3/2019) Grado di un chiuso in uno spazio proiettivo.

Settimana 6.

(3/4/2019) Caratterizzazione della dimensione di un chiuso in uno spazio proiettivo e attraverso le sue intersezioni con sottospazi lineari. Due chiusi in $\mathbb{P}^n$ la cui somma delle dimensioni è almeno n hanno intersezione non vuota.

Settimana 7.

(10/4/2019) Spazio tangente di Zariski. Descrizione esplicita dello spazio tangente di Zariski per chiusi in uno spazio affine.

(12/4/2019) Spazio cotangente. L'insieme dei punti lisci è un aperto denso, $\dim \Theta_a(X) \geq \dim_a(X)$, irriducibilità locale del luogo dei punti lisci.

Settimana 8.

(17/4/2019) Teorema (Krull): l'unico elemento nell'intersezione di tutte le potenze dell'ideale massimale di un anello locale Noetheriano è lo 0. Un'applicazione razionale da una curva liscia a una varietà proiettiva è regolare.

Settimana 9.

- (24/4/2019) Blow up di una varietà quasi proiettiva con centro un insieme finito di punti. Desingularizzazione di una curva piana. Una estensione finitamente generata di un campo algebricamente chiuso, di grado di trascendenza 1, è il campo delle funzioni razionali di una curva (irriducibile) proiettiva liscia, unica a meno di isomorfismo.

Settimana 10.

- (3/5/2019) Cosa va modificato se il campo algebricamente chiuso ha caratteristica positiva. Estensioni di campi separabilmente generati (per dimostrare che ogni varietà irriducibile è birazionale a una ipersuperficie). Grado separabile di un'applicazione dominante di grado finito e cardinalità delle fibre. Applicazione di Frobenius. Il minimo grado di un chiuso irriducibile non degenerare di uno spazio proiettivo.

Settimana 11.

- (8/5/2019) Richiami di Teoria dei campi. Criterio di invertibilità locale per applicazioni regolari. Gli anelli locali di una varietà liscia sono a fattorizzazione unica.
- (10/5/2019) Risultati sulla dimensione delle fibre di un'applicazione regolare. Definizione di valori regolari di un'applicazione regolare. Teorema di Sard per varietà quasi-proiettive.

Settimana 12.

- (15/5/2019) Punti lisci di applicazioni regolari. La fibra in un punto liscio è liscia, di dimensione locale $\dim X - \dim Y$. Se $f: X \rightarrow Y$ è un'applicazione regolare dominante di varietà irriducibili, e $\mathbb{K}(X)$ è separabilmente generato su $\mathbb{K}(Y)$, allora l'insieme dei punti lisci di f è un aperto denso.
- (17/5/2019) Se $f: X \rightarrow Y$ è un'applicazione regolare dominante proiettiva di varietà irriducibili, di grado finito uguale al grado separabile (quindi l'insieme dei valori regolari è un aperto denso di Y), allora per ogni valore regolare y , la cardinalità della fibra $f^{-1}(y)$ è uguale a $\deg f$. Applicazione al calcolo del grado di un chiuso in uno spazio proiettivo, e al teorema di Bézout trasverso.

Settimana 13.

- (22/5/2019) Generalità su fasci.
- (24/5/2019) Fasci su una varietà quasi proiettiva. Il fascio strutturale $\mathcal{O}_X$, fasci di $\mathcal{O}_X$ -moduli, costruzione di fasci a partire da fasci di $\mathcal{O}_X$ -moduli (somma diretta, fascio degli omomorfismi, duale, prodotto tensoriale). Spiga e fibra di un fascio di $\mathcal{O}_X$ -moduli. Fasci localmente liberi. Fasci invertibili, gruppo di Picard di una varietà quasi proiettiva.

Settimana 14.

- (29/5/2019) Ripasso della costruzione di fasci a partire da fasci di $\mathcal{O}_X$ -moduli. Nucleo e immagine di un morfismo di fasci di $\mathcal{O}_X$ moduli. Push forward e pull back di un fascio. Lo spazio delle sezioni globali di $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(d)$ è identificato con $\mathbb{K}[Z_0, \dots, Z_n]_d$.

Settimana 15.

- (5/6/2019) Push-forward di un fascio e pull-back di un fascio di $\mathcal{O}_Y$ moduli. Fascio invertibile associato a un divisore su una varietà liscia. Equivalenza lineare di divisori su una

varietà liscia, e gruppo di Chow $CH^1(X)$. Isomorfismo tra $CH^1(X)$ e $Pic(X)$ per X varietà liscia. Descrizione di $Pic(\mathbb{P}^n)$. Automorfismi di uno spazio proiettivo.

(7/6/2019) Modulo dei differenziali di Kähler di un'algebra. Fascio cotangente di una varietà. Fascio canonico di una varietà liscia. Esempi: $\mathbb{P}^n$ e ipersuperfici lisce in uno spazio proiettivo.