

Istituzioni di Geometria Superiore, a. a. 2018-19

PROF. K. O'GRADY

Diario delle lezioni

16 gennaio 2019

Settimana 1.

- (24/09/2018) Forme differenziali su un aperto di \mathbb{R}^n . Prodotto esterno (“wedge”) e il differenziale.
- (26/09/2018) La coomologia di De Rham di un aperto di \mathbb{R}^n . Sollevamento (“pull-back”) di forme differenziali, e di classi di coomologia di De Rham. Proprietà funtoriali della coomologia di De Rham.
- (28/09/2018) Omotopia C^∞ . Invarianza della coomologia di De Rham per equivalenza omotopica (C^∞).

Settimana 2.

- (01/10/2018) Discussione degli esercizi. Complessi di moduli su un anello, e loro (co)omologia. Il Teorema di Mayer-Vietoris per aperti di \mathbb{R}^n : enunciato (senza la definizione dell'applicazione di cobordo). Calcolo della coomologia di De Rham di $\mathbb{R}^n \setminus \{(0, \dots, 0)\}$, assumendo il Teorema di Mayer-Vietoris.
- (03/10/2018) L'applicazione di cobordo. Dimostrazione del Teorema di Mayer-Vietoris. Successione esatte corte di complessi, e associata successione esatta lunga di gruppi di (co)omologia.
- (05/10/2018) Richiami sulle varietà C^∞ . Sottovarietà C^∞ di una varietà C^∞ . Fibrati vettoriali reali e complessi su varietà C^∞ . Il fibrato lineare tautologico su $\mathbb{P}^n(K)$ per $K = \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

Settimana 3.

- (08/10/2018) Lo spazio vettoriale delle sezioni di un fibrato vettoriale. Fibrati vettoriali e cocicli a valori in $GL_r(K)$, dove $K = \mathbb{R}$ o $K = \mathbb{C}$. Il duale di un fibrato vettoriale.
- (10/10/2018) Il prodotto tensoriale di spazi vettoriali. L'algebra tensoriale ed esterna di uno spazio vettoriale. Fibrato tangente e cotangente di una varietà C^∞ . Il fibrato delle p -forme differenziali su una varietà C^∞ .
- (12/10/2018) Forme differenziali su una varietà C^∞ . Pull-back (sollevamento) e differenziazione di forme differenziali su varietà. Coomologia di De Rham di una varietà C^∞ . Lemma di Poincarè e Teorema di Mayer-Vietoris per varietà C^∞ .

Settimana 4.

- (15/10/2018) Correzione esercizi. Varietà orientabili. Forme di volume e orientabilità.
- (17/10/2018) Orientazione di una varietà. Esempi: $V(f) \subset \mathbb{R}^{n+1}$ è orientabile, $\mathbb{P}^n(\mathbb{R})$ è orientabile se e solo se n è dispari.
- (19/10/2018) Integrazione di una n -forma differenziale a supporto compatto su una varietà di dimensione n orientata. Teorema di Stokes per varietà (senza bordo).

Settimana 5.

- (22/10/2018) Correzione esercizi. Buoni ricoprimenti di varietà C^∞ . Una varietà C^∞ con un buon ricoprimento finito ha coomologia di De Rham di dimensione finita.
- (24/10/2018) Dimostrazione dell'esistenza di un buon ricoprimento. Il Teorema di Künneth.

(29/10/2018) Coomologia a supporto compatto. Lemma di Poincaré e Mayer-Vietoris per coomologia a supporto compatto. Dualità di Poincaré per varietà C^∞ orientabili di tipo finito.

Settimana 6.

(29/10/2018) *Lezione cancellata (dal Rettore) per allerta meteo.*

(31/10/2018) Correzione esercizi. Il duale di Poincaré di una varietà.

(1/11/2018) *Vacanza accademica.*

Settimana 7 (prove in itinere).

(05/11/2018) Prima prova in itinere.

Settimana 8.

(12/11/2018) Il complesso delle catene singolari di uno spazio topologico e l'omologia singolare.

(14/11/2018) L'omologia singolare è un funtore contravariante dalla categoria degli spazi topologici alla categoria dei gruppi abeliani. Invarianza omotopica dell'omologia singolare, e successione di Mayer-Vietoris.

(16/11/2018) Catene C^∞ su varietà C^∞ , e il Teorema di De Rham (dimostrazione per varietà di tipo finito).

Settimana 9.

(19/11/2018) Correzione esercizi. Funzioni olomorfe. Le derivazioni $\frac{\partial}{\partial z_k}$ e $\frac{\partial}{\partial \bar{z}_k}$.

(21/11/2018) Forme differenziali di tipo (p, q) su un aperto di \mathbb{C}^n . Operatori ∂ e $\bar{\partial}$. Teorema di Cauchy-Goursat. Formula integrale di Cauchy.

(23/11/2018) Le funzioni olomorfe sono analitiche. Varietà complesse. Sottovarietà. Prodotti.

Settimana 10.

(26/11/2018) Correzione esercizi. Varietà proiettive in \mathbb{P}^n . Ipersuperfici lisce di \mathbb{P}^n come sottovarietà complesse.

(28/11/2018) Anelli Noetheriani. Teorema della base di Hilbert (enunciato), Nullstellensatz (dimostrazione della versione debole). Fattorizzazione unica nell'anello dei polinomi (enunciato).

(30/11/2018) Topologia di Zariski in \mathbb{P}^n . Varietà quasi proiettive in \mathbb{P}^n . La topologia di Zariski è Noetheriana.

Settimana 11.

(03/12/2018) Correzione esercizi.

(05/12/2018) Applicazioni regolari tra varietà quasi proiettive. Applicazione di Veronese, a aperti affini principali.

(07/12/2018) Funzioni regolari su varietà affini.

Settimana 12.

(10/12/2018) Correzione esercizi. Applicazione di Segre, e il prodotto nella categoria delle varietà quasi proiettive.

(12/12/2018) *Lezione cancellata.*

(14/12/2018) Ancora sul prodotto di varietà quasi proiettive. Applicazioni razionali. Il campo delle funzioni razionali di una varietà proiettiva irriducibile.

Settimana 13.

(17/12/2018) *Lezione cancellata.*

(19/12/2018) Correzione esercizi. Applicazioni razionali e campi di funzioni razionali (richiami di alcuni risultati su estensioni di campi).

(21/12/2018) Dimensione di una varietà quasi proiettiva. Derivazioni di un anello in un modulo. L'anello locale di una varietà quasi proiettiva in un punto. Lo spazio tangente di Zariski.

Settimana 14.

(7/1/2019) Correzione esercizi. Differenziale di un'applicazione regolare in un punto. Descrizione dello spazio tangente di un chiuso in \mathbb{A}^n in un suo punto.

(9/1/2019) Definizione di punto liscio di una varietà quasi proiettiva. Esempio delle ipersuperfici.

(11/1/2019) Teorema: l'insieme dei punti lisci di una varietà quasi proiettiva è un aperto denso, la varietà è localmente irriducibile nei punti lisci, l'insieme dei punti lisci è in modo naturale una varietà complessa, e la dimensione come varietà complessa coincide con la dimensione come varietà quasi proiettiva.

Settimana 15.

(14/1/2019) Correzione esercizi. Fibrati vettoriali olomorfi su varietà complesse. Potenze del fibrato lineare tautologico sullo spazio proiettivo e sue sezioni globali.

(16/1/2019) Fibrato (co)tangente olomorfo, e fibrato canonico. Forme canoniche con singolarità polari e residuo di Poincaré. Forme canoniche non nulle su ipersuperfici (liscie) in \mathbb{P}^n di grado almeno $n + 1$.

(18/1/2019) Seconda prova in itinere.