

Esercizi di Istituzioni di Geometria Superiore (Prof. O'Grady) per il 19/11/2018

Esercizio 1. Calcolare l'omologia di De Rham di $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^n$.

Esercizio 2. Calcolare l'omologia singolare di $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ e di $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$.

Esercizio 3. Siano $\Sigma_g = \mathbb{T}^2 \# \dots \# \mathbb{T}^2$ la somma connessa di g tori, e $x_0 \in \Sigma_g$. Dimostrare che

$$H_p(\Sigma_g \setminus \{x_0\}) \cong \begin{cases} \mathbb{Z} & \text{se } p = 0, \\ \mathbb{Z}^{2g} & \text{se } p = 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

(Suggerimento: se $g = 0$ il risultato è banale, nel caso $g = 1$ dimostrare che $\Sigma_g \setminus \{x_0\}$ è omotopicamente equivalente allo spazio topologico ottenuto incollando due cerchi lungo un punto, per $g > 1$ generalizzare...)