

Analisi - 10 settembre 2008
Corso di Laurea in Fisica - Fisica ed Astrofisica

Chi deve fare lo scritto di Derivate e Integrali (vecchio ordinamento) deve svolgere gli esercizi: **1, 2, 3, 4, 5**

Esercizio 1. Data la successione $\{x_n\}_{n \geq 1}$ definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} x_1 = a, \\ x_{n+1} = \min\{2, x_n^2\}, \end{cases}$$

- i) dimostrare che per ogni $0 < a < 1$ la successione $\{x_n\}_{n \geq 1}$ è decrescente;
- ii) dimostrare che per ogni $a \geq 1$ la successione $\{x_n\}_{n \geq 1}$ è definitivamente costante;
- iii) dimostrare che la successione $\{x_n\}_{n \geq 1}$ converge per ogni $a \geq 0$ e calcolarne il limite al variare di $a \geq 0$.

Esercizio 2. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left[1 - \cos \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{n^2} \right) \right].$$

Esercizio 3. Determinare gli insiemi di definizione, continuità e derivabilità, limiti ed asintoti, gli intervalli di crescita e decrescenza, intervalli di convessità e concavità della funzione

$$f(x) = \frac{\ln[(x-1)^2]}{\ln[(x-1)^2] + 1}.$$

Disegnare il grafico di f .

Esercizio 4. Risolvere il problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{x} y - x^2, \quad y(-1) = 1.$$

Esercizio 5. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^4 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$$

Esercizio 6. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} - x - y + 4$$

determinare i punti stazionari di f in \mathbb{R}^2 e studiarne il carattere.