

1.1 Esercizio

Assegnato il sistema

$$e^y + z + x - 2 = 0; x^2 + y^2 + z^2 + y - 1 = 0$$

dimostrare che in un intorno del punto $(0, 0, 1)$ il sistema definisce implicitamente due funzioni $\alpha(x), \beta(x)$ tali che $(x, \alpha(x), \beta(x))$ siano soluzioni del sistema. Calcolare poi $\alpha'(0), \beta'(0)$.

1.2 Esercizio

Assegnato il sistema

$$y^2 + x + y + z = 1; x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

- dimostrare che in un intorno del punto $(0, 0, 1)$ il sistema definisce implicitamente due funzioni $\alpha(x)$ e $\beta(x)$ tali che $(x, \alpha(x), \beta(x))$ siano soluzioni del sistema per $x \in I$;
- calcolare $\alpha'(0)$ e $\beta'(0)$;
- riconoscere il legame geometrico tra la curva

$$x = t, y = \alpha(t), z = \beta(t), t \in I$$

e le due superfici

$$z = 1 - y^2 - x - y; x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

1.3 Esercizio

Detti $A = (0, 4)$ e $B = (-4, -4)$, trovare i punti P della circonferenza $x^2 + y^2 = 4$ che rendano minima e massima la somma dei quadrati

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2.$$

1.4 Esercizio

Detto E l'insieme dei punti dell'iperbole di equazione $xy + y^2 = 1$ ed $f(x, y) = x^2 + y^2$,

- esaminare se $f(x, y)$ ammette massimo o minimo su E ;
- determinare gli eventuali valori di massimo o minimo e i punti di E in cui tali estremi sono assunti.

1.5 Esercizio

Determinare il massimo e il minimo della funzione $G(x, y) = x - 2y$ sul vincolo $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$.

1.6 Esercizio

Data l'ellisse $x^2 + 4y^2 = 4$ e la retta AB passante per i suoi vertici $A = (2, 0)$ e $B = (0, 1)$, determinare sull'ellisse un punto P in modo che l'area del triangolo APB sia massima.

1.7 Esercizio

Disegnare l'insieme E definito dal vincolo

$$g(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)(4x^2 + 9y^2 - 36) = 0$$

e calcolare, se esistono, il massimo e il minimo della funzione

$$f(x, y) = 3x + y$$

su tale E .