Calcolo I, a.a. 2009–2010 – Primo esonero

10 novembre 2009

1) – 6 punti
Dimostrare per induzione che
$$3^{n+1} \geq n^2\,, \qquad \forall n \geq 2\,.$$

2) – 7 punti
Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n^4 + n^2\mathrm{sen}(n)}{2n^3\sqrt{n^3+3}}\right)\,.$$

3) – 7 punti
Studiare la convergenza delle seguenti serie:
$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k\,3^k}{4^k + k^2}\,, \qquad \sum_{k=1}^{+\infty} \mathrm{tg}\left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3}\right)\,.$$

4) – 6 punti
Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{\mathrm{sen}\left(\frac{1}{x}\right)}\,.$$

5) – 7 punti
Determinare i valori di a, b e c affinché sia continua la funzione
$$f(x) = \begin{cases} \mathrm{e}^{-\frac{1}{x^2}} & \text{se } x > 0, \\ c & \text{se } x = 0, \\ (ax+b)\,\mathrm{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Calcolo I, a.a. 2009–2010 – Primo esonero

10 novembre 2009

1) – 6 punti
Dimostrare per induzione che

$$3^n \geq (n-1)^2\,, \qquad \forall n \geq 3\,.$$

2) – 7 punti
Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n^4 - n^3\cos(n)}{3n^3\sqrt{n^3+1}}\right)\,.$$

3) – 7 punti
Studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^2\,2^k}{3^k + k}\,, \qquad \sum_{k=1}^{+\infty} \mathrm{tg}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right)\,.$$

4) – 6 punti
Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{\mathrm{e}^{\frac{1}{x}} - 1}\,.$$

5) – 7 punti
Determinare i valori di a, b e c affinché sia continua la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \mathrm{e}^{-\frac{1}{x^3}} & \text{se } x > 0, \\ c & \text{se } x = 0, \\ (ax+b)\,\mathrm{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$