

Algebra

FOGLIO 3 DI ESERCIZI

Esercizio 1. Dimostrare che \bar{a} è invertibile in \mathbb{Z}_n se e solo se $(a, n) = 1$.

Esercizio 2. Siano $x, y, z \in \mathbb{Z}$. Dimostrare che se $x|yz$ e $(x, y) = 1$ allora $x|z$.

Esercizio 3. Determinare un sistema completo di soluzioni $\pmod{33}$ della congruenza $121x \equiv 22 \pmod{33}$

Esercizio 4. Esibire una congruenza lineare $\pmod{319}$ che ammetta esattamente 11 soluzioni $\pmod{319}$.

Esercizio 5. Risolvere il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 1025x \equiv 5312065 \pmod{8} \\ 36x \equiv 322 \pmod{5} \\ 4x \equiv 7 \pmod{3} \end{cases}$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, i sistemi di congruenze

$$\begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{14} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}, \quad \begin{cases} 6x \equiv 2 \pmod{4} \\ 3x \equiv 0 \pmod{2} \end{cases}$$

Esercizio 7. Determinare se esistono i valori di $c \in \mathbb{Z}$ per cui il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 6425x \equiv 7 \pmod{12} \\ 8614x \equiv 3 \pmod{7} \\ 3x \equiv c \pmod{8} \end{cases}$$

ha soluzioni e per tali valori determinare le soluzioni