LT in Informatica, Canale M-Z, Prof. Paolo Papi - Anno accademico 2017/2018

Algebra

FOGLIO 8 DI ESERCIZI

Esercizio 1. Si considerino gli insiemi di vettori $\{v_1, v_2\}$ seguenti.

(1) $V = \mathbb{R}^4, \quad v_1^t = (1, -1, 1, -1),\ v_2^t = (1, 0, 1, 0).$

(2) $V = S_3^-, \quad v_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix},\ v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

(3) $V = \mathbb{R}_2[t], \quad v_1 = t + 2t^2,\ v_2 = 1 + t.$

Si completino tali insiemi ad una base di V.

Esercizio 2. Si considerino i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}, \quad U = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases} \right\}$$

(a) Si determinino basi per W, U.
(b) Si provi che $\mathbb{R}^3 = W \oplus U$.

Esercizio 3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio S generato dai vettori

$$w_1 = (1, t, 1, 0), \quad w_2 = (1, 1, t, -1), \quad w_3 = (-2, -2, -2, 1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Si determini la dimensione di S al variare del parametro t.

Esercizio 4. Siano $W_1, W_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ i sottospazi costituiti dalle soluzioni dei sistemi lineari omogenei associati alle matrici

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Si calcoli una base per $W_1 \cap W_2$ e una base per $W_1 + W_2$.